Zestaw 10

Zeszyt 2

Marek Pisarski

Jak rozwijać racjonalne decydowanie za pomocą edukacji matematycznej?

- Racjonalne decydowanie a praca w grupie
- Podejmowanie decyzji a zjawisko tunelowania
- Przykłady zadań i sytuacji dydaktycznych kształcących racjonalne decydowanie

Recenzja
Jolanta Lazar

Analiza merytoryczna
Elżbieta Miterka

Redakcja językowa i korekta
Anna Wawryszuk

Projekt graficzny, projekt okładki
Wojciech Romerowicz, ORE

Skład i redakcja techniczna
Grzegorz Dębiński

Projekt motywu graficznego „Szkoły ćwiczeń"
Aneta Witecka

ISBN 978-83-65967-00-8 (Zestawy materiałów dla nauczycieli szkół ćwiczeń – matematyka)
ISBN 978-83-65967-41-4 (Zestaw 10: Wykorzystanie potencjału otoczenia w edukacji matematycznej)
ISBN 978-83-65967-43-5 (Zeszyt 2: Jak rozwijać racjonalne decydowanie w ramach edukacji matematycznej dzieci starszych i młodzieży?)

Warszawa 2017
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Spis treści

Wstęp **3**

Podejmowanie decyzji – intuicyjnie czy racjonalnie? **3**

System intuicyjny 4

System racjonalny 5

Samokontrola uczniów 6

Uczyć przez zaskoczenie 8

Racjonalne decydowanie a praca w grupie **11**

Zadania na sprawdzanie gotowości do pracy i na włączenie systemu racjonalnego rozumowania **12**

Podejmowanie decyzji a zjawisko tunelowania **15**

Uczeń w procesie podejmowania decyzji **17**

Przykłady zadań i sytuacji dydaktycznych kształcących racjonalne decydowanie **19**

Labirynty 20

Problem kuriera 21

Problem Monty Halla 25

Czy warto grać w Lotto? 27

Podsumowanie **28**

Bibliografia **29**

Spis ilustracji **29**

Wstęp

Czym jest racjonalne decydowanie, a czym nie jest? Nie ulega wątpliwości, że gdy myślimy o rozwijaniu umiejętności racjonalnego decydowania, nadal poruszamy się w problematyce kompetencji związanej z przedsiębiorczością. Podejmowanie decyzji jest cechą ludzką, właściwością, którą można by porównać do oddychania. Podobnie jak oddychanie jest czynnością bezwarunkową i niezbędną do życia za sprawą efektywnego dostarczania tlenu do organizmu, podejmowanie decyzji jest nieustannym procesem wyboru jednej lub kilku opcji działania lub niedziałania z wielu możliwości, nad którym często nie musimy się zastanawiać. Racjonalne decydowanie można zatem porównać do świadomego kierowania oddechem, związanym np. z aktywizacją pracy przepony lub otwarciem okna w celu przewietrzenia pomieszczenia. W racjonalnym decydowaniu chodzi nam przede wszystkim o włączenie procesu podejmowania decyzji w szerszy kontekst, którym jest rozwiązanie problemu.

W tym ujęciu musimy zatem uświadomić sobie:

- na czym polega problem do rozwiązania, zadanie do wykonania;
- w jakim czasie zadanie musi zostać wykonane;
- co jest nam potrzebne, żeby rozwiązać zadanie w danym czasie;
- czy w pełni dysponujemy tym, co nam się może przydać, czy też powinniśmy poświęcić czas na zdobycie odpowiednich narzędzi;
- jakimi drogami możemy pójść na pierwszym, a potem w kolejnych etapach rozwiązania problemu – tworzymy drzewo decyzyjne;
- jakie jest ryzyko, że wybrana droga zakończy się niepowodzeniem;
- czy warto podjąć to ryzyko (czasem ryzykowne drogi mogą okazać się szybsze, ale prawdopodobieństwo porażki jest większe).

Podejmowanie decyzji – intuicyjnie czy racjonalnie?

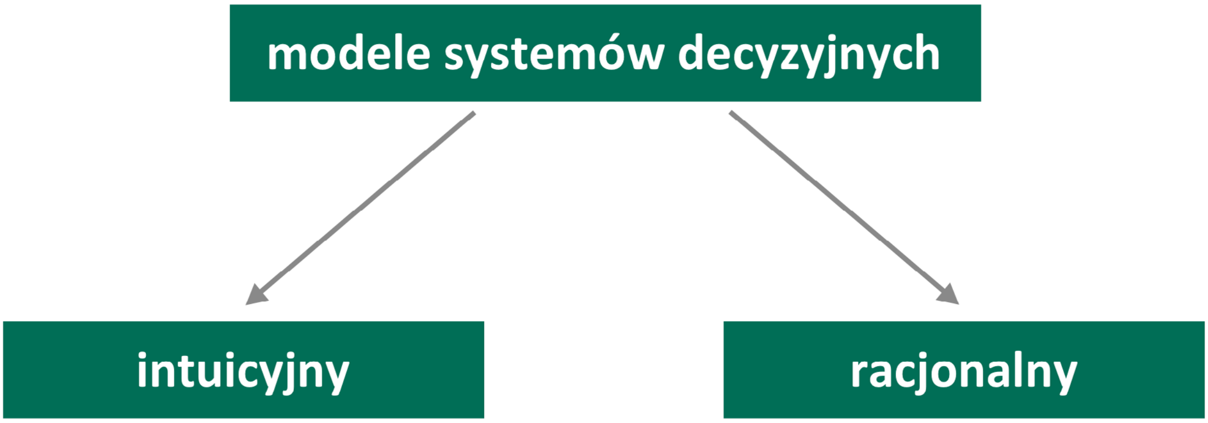
Daniel Kahneman[1] w książce *Pułapki myślenia* (2012) szczegółowo opisuje mechanizmy podejmowania decyzji, które są jednakowe dla wytrawnych szachistów, klientów sklepów i odbiorców usług, uczących się, biznesmenów, maklerów, czyli każdego, kto prowadzi mniej lub bardziej aktywne życie społeczne.

Kahneman wyróżnia dwa modele systemów decyzyjnych w naszym umyśle.

1. Pierwszy opiera się na intuicji – osoba podejmująca decyzję kieruje się nieuświadomionymi preferencjami, na które ma wpływ wiele czynników często niezwiązanych z samą decyzją. Zaletą, jedyną być może, tego systemu jest szybkość dokonywania wyboru.

[1] D. Kahneman jest laureatem Nagrody Nobla w dziedzinie ekonomii w roku 2002. W roku 2017 Nagroda Nobla z tej dziedziny przypadła Richardowi Thalerowi, który podjął tę samą tematykę co D. Kahneman.

2. Drugi system działa dużo wolniej, ponieważ osoba posługująca się nim do decyzji stara się podejść w sposób racjonalny, głęboko analizując problem, szukając efektywnych, poprawnych dróg jego rozwiązania. W praktyce od czasu do czasu okazuje się, że decyzja podejmowana w trybie intuicyjnym jest inna niż w trybie racjonalnym.



Rys. 1. Podział systemów decyzyjnych wg D. Kahnemana

System intuicyjny

W zetknięciu z problemem system intuicyjny bardzo często wyprzedza system racjonalny, co nie zawsze oznacza podjęcie błędnej decyzji (szachiści nie muszą długo analizować ruchu, żeby wiedzieć, które posunięcie w danym układzie jest najlepsze). Jednak, aby podejmować trafne decyzje intuicyjnie, potrzebujemy bogatego doświadczenia w podejmowaniu decyzji analogicznych oraz doświadczeń z analizy popełnionych intuicyjnie błędów.

W tym można upatrywać przewagi nauczycieli nad uczniami w opanowaniu wiedzy (także matematycznej). Nawet nowe dla obu grup zadanie nauczyciele rozwiążą lepiej, efektywniej, ponieważ już na samym początku ich intuicja trafnie połączy zadanie z zadaniami rozwiązywanymi wcześniej, zakwalifikuje je do odpowiedniej „szufladki”, nawet jeśli treść zadania będzie znacznie odbiegała od wzorca.

Uczeń w tym czasie będzie szukał zewnętrznych, powierzchownym podobieństw, analogii i intuicyjnych strategii, opartych np. na skojarzeniach z ostatnio rozwiązywanymi problemami. Wybór takiej strategii bywa skuteczny, jeśli uczniowie trenowani są w rozwiązywaniu określonego typu zadania i kolejne są podobne do poprzednich. Taki trening prowadzi do niekorzystnego nawyku „wybierz tę samą drogę, którą szedłeś wczoraj”, co często przynosi porażkę na egzaminie sprawdzającym wiedzę nabywaną przez okres dłuższy niż np. miesiąc.

Uczniowie mogą też stosować inne intuicyjne strategie, m.in. opartą na wyborze łatwiejszej drogi. Ignorują trudny problem i rozwiązują łatwiejszy, nie uświadamiając sobie przy tym, że zmienili polecenie. Często uruchamiają przy tym pamięć skojarzeniową, która generuje pomysły łączące niewynikające z siebie elementy. System oparty na intuicji nie korzysta w podejmowaniu decyzji ze związków przyczynowo-skutkowych. Jego kolejną cechą, którą łatwo zaobserwować w codziennej praktyce nauczania, jest generowanie w ludziach nadmiernej pewności siebie i pewności wobec wszystkiego, co wydaje nam się, że wiemy o świecie, o ludziach, o matematyce.

System intuicyjny nie daje się łatwo przekonać, że podjął błędną decyzję, że wyciąga wnioski na podstawie nieprawdziwych założeń lub nieodpowiednich danych.

Uświadomienie sobie zasad działania intuicyjnego systemu podejmowania decyzji pozwala nam zrozumieć, że wszyscy ludzie, także uczniowie, nigdy nie działają w sposób w pełni racjonalny, że nie można ich także nakłonić do zmiany sposobu działania racjonalnymi argumentami i działaniem. Ich nieracjonalne decyzje podejmowane w sytuacjach szkolnych, jak i podczas rozwiązywania zadań matematycznych dają się jednak przewidzieć i można na nie wpływać.

System racjonalny

Celem edukacji matematycznej jest trening systemu decyzyjnego opartego na racjonalnym myśleniu:

- wymagającym więcej czasu i wysiłku, samodzielnej pracy oraz samokontroli;
- które niejako bierze w karby myślenie oparte na intuicji; nie eliminuje go, tylko kontroluje.

To właśnie w racjonalnym systemie uczeń osiąga cenne i gratyfikujące poczucie skupienia, swobodnego wyboru oraz świadomego, niesterowanego z zewnątrz działania.

W racjonalnym podejmowaniu decyzji biorą udział świadomie i z wysiłkiem sterowane procesy:

- zwracania na coś uwagi,
- weryfikowania intuicyjnych decyzji,
- monitorowania działania i skutków/efektów decyzji,
- wrażliwości na możliwy błąd,
- dokonywania przemyślanego wyboru jednej z kilku możliwości (w systemie intuicyjnym nie myśli się, po prostu się wie),
- ograniczania wpływów nawyków (stereotypów),
- podejmowania trudnych i pracochłonnych działań (w systemie intuicyjnym wybiera się najłatwiejsze opcje lub rezygnuje z działania),
- przerzucania z wykonywania jednego zadania na inne.

Kierowanie świadomością oraz umiejętność skupiania uwagi jest ważną miękką kompetencją, którą można rozwijać podczas zajęć edukacji matematycznej. Warto nad nimi pracować nie tylko przy okazji rozwiązywania zadań, kiedy to uczeń powinien już korzystać z tych kompetencji, ale jeszcze wcześniej, zanim stanie przed nim trudny problem. Dlatego w dalszej części przedstawiamy zadania związane właśnie z koncentracją.

Ważnym aspektem treningu sprawności systemu racjonalnego podejmowania decyzji jest jakość środowiska, w którym trening przebiega. Powinniśmy zadawać sobie często pytanie: „Czy moja szkoła sprzyja dobrym efektom takiego treningu?”. Dobrze ukształtowana przestrzeń edukacyjna umożliwia taki trening, ułatwia eliminowanie sytuacji konfliktowych i wywołujących poczucie zagrożenia. Wzburzone, trudne do opanowania emocje sprzyjają decyzjom intuicyjnym, które podejmowane są niejako w celach obronnych. Uczeń chce uniknąć czekającej go nieprzyjemności, kary, stresu lub wytrzymać po prostu to napięcie z minimalnym udziałem świadomości.

Samokontrola uczniów

Szkoła, w której rzeczywiste priorytety nie dotyczą uczenia się bądź podnoszenia poziomu kompetencji, ale chociażby robienia wrażenia na innych lub wchodzenia w liczne interakcje towarzyskie, także wyczerpuje energię uczniów przydatną do podtrzymywania samokontroli. Tracą ją również, oddając się obsłudze wielu rodzajów gier komputerowych, w których każda decyzja dąży do tego, by stać się decyzją intuicyjną, wręcz automatyczną, zaprogramowaną przez twórcę aplikacji.

Warto obserwować nawykowe zachowania uczniów i o nich z nimi rozmawiać, z wyczuciem i dyskrecją omawiając związek niekontrolowanych odruchów, np. sięgania po telefon, po cukierka, po napój, po pieniądze, patrzenia w okno czy odpływania myślami, z rzeczywistymi pożytecznymi celami pobytu w szkole.

Osłabienie jakości wykonywanych uczniowskich zadań jest bardzo często symptomem niskiej samokontroli. Poprawie jakości działań ucznia powinna więc służyć praca nad mechanizmami skupiania uwagi, nie zaś np. nad zwiększeniem obciążeń umysłu przez dodatkowe problemy do analizy lub potęgowanie poczucia zagrożenia.

Aby dobrze funkcjonować w sytuacjach zadaniowych, uczeń powinien sam włączać i wyłączać swój system racjonalnego podejmowania decyzji. Można go do tego zachęcić, uprzedzając możliwe błędy. Przeanalizujmy następujące zadania zrealizowane metodą studium przypadku:

Przykład 1

Pewien uczeń miał rozwiązać zadanie. Zaraz po przeczytaniu treści znał odpowiedź. Przeczytajcie treść zadania oraz odpowiedź ucznia i powiedzcie, na czym polegał jego błąd.

Kapelusz i piórko kosztują razem 110 zł. Kapelusz jest o 100 zł droższy od piórka. Ile kosztuje piórko?

Odpowiedź tego ucznia: 10 zł.

W analizie przypadku nie chodzi nam jedynie o wykrycie matematycznej pomyłki, którą dość łatwo zweryfikować, podstawiając wynik do warunków zadania[2]. Zależy nam na dyskusji, dlaczego uczniowi taki wynik przychodzi do głowy. Prawdopodobnie wielu naszych uczniów też by tak zdecydowało, ale na szczęście omawiany przypadek ich nie dotyczy. W taki sposób uczniowie mogą doświadczyć, jak działa ich własna intuicja i po jakich manowcach może krążyć myślenie intuicyjne pozbawione wsparcia odpowiednią analizą treści zadania. Analiza ta wymaga wysiłku i tych ważnych wszystkich cech racjonalnego myślenia, o których pisaliśmy wcześniej. Przypominamy uczniom, że rozwiązywanie zadania jest świadomym procesem podejmowania decyzji, realizowania planu w sytuacji, w której układający zadanie chce sprawdzić, czy potrafią myśleć racjonalnie i w taki sposób podejmować decyzje.

Zadajmy też inne ćwiczenie uczniom klas VI–VIII i starszym, którzy doświadczyli już wielokrotnie, że rozwiązując zadania metodą proporcji, można wyłączyć myślenie racjonalne i oprzeć się wyłącznie na intuicji. Jest klasyczny problem suszenia. Warto go postawić w konwencji studium przypadku[3]:

Przykład 2

Pewien uczeń rozwiązywał następujące zadanie:

Arbuz przed suszeniem ważył 3 kg i zawierał 99% wody. Po suszeniu zawierał 98% procent wody. Ile ważył arbuz po suszeniu?

Aby rozwiązać zadanie, uczeń podjął decyzję: „Użyję proporcji, są trzy liczby, brakuje czwartej. Już kiedyś rozwiązywałem takie zadanie na chemii. Dwie dane to procenty, jedna – kilogramy, szukane są kilogramy, więc można ułożyć proporcję:

3 kg x kg

99% 98%

Łatwo otrzymam wynik na kalkulatorze: około 2,97 kg”.

Gdzie wasz kolega popełnił błąd? A może nie popełnił?

Na przykładzie tego zadania możemy prześledzić z uczniami cały proces decyzyjny, który da się zilustrować odpowiednim drzewem. Pierwsza racjonalna decyzja powinna dotyczyć wyboru jednej opcji z dwóch:

---

2 Skoro piórko kosztuje 10 zł, to sam kapelusz będzie kosztował 110 zł, więc razem będą kosztowały 120 zł, a nie 110 zł.

3 Autor przytacza zadanie dlatego, że sprawia ono trudność także samym nauczycielom matematyki. W czasie kursów nauczyciele ci oczywiście wiedzieli, jak rozwiązać to zadanie, ale w momencie rozwiązywania wyłączali racjonalne myślenie.

Decyzja o użyciu proporcji jest czysto intuicyjna, a co przemawia, żeby zrezygnować z tego łatwego narzędzia i wybrać trudniejsze?

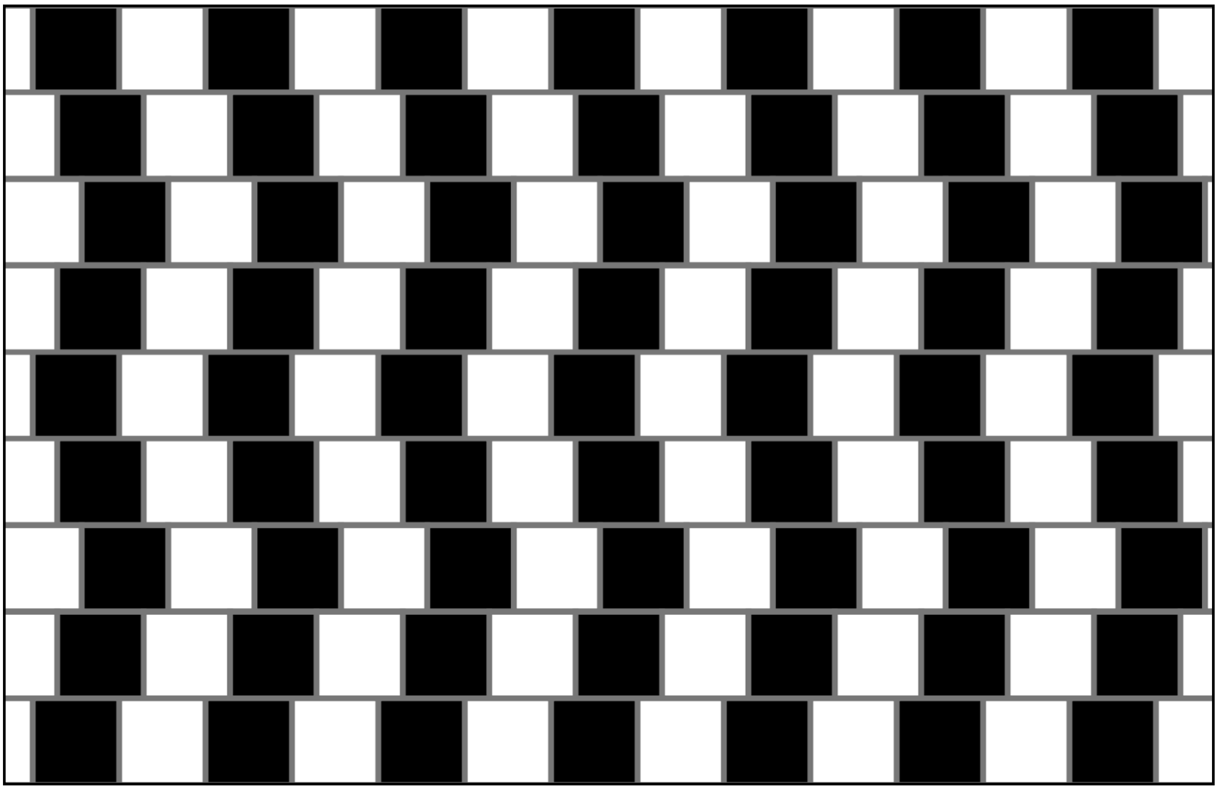
Analizując proces decyzyjny, pokazujemy jednocześnie efektywne, poprawne rozwiązanie zadania oraz dostarczamy argumentów (racjonalnych) przemawiających za wyższością racjonalnych sposobów nad intuicyjnymi. Do racjonalnych decyzji zaliczymy też wykonanie rysunku do zadania. Oczywiście wskażemy przy tym na duże znaczenie ilustrowania treści wszystkich zadań. Niekorzystanie z tej pomocy w wielu przypadkach świadczy o przewadze intuicyjnego podejścia do podejmowania decyzji zadaniowych i zadaje kłam powszechnemu przekonaniu, że „większość naszych uczniów to wzrokowcy".

Na tym etapie można także pozostawić uczniów sam na sam z zadaniem. Być może niektórzy z nich, mimo ostrzeżenia, otrzymają taki sam wynik jak chłopiec z analizowanej sytuacji. Stanie się to przyczynkiem do debaty. Wszyscy będą mogli przekonać się bezpośrednio, jakimi argumentami dysponują „intuicjoniści", a jakimi „racjonaliści" i pod koniec dyskusji podjąć decyzję, która grupa nas przekonała i dlaczego. Wynik tej debaty o niczym nie przesądza, a jedynie dostarcza nam ważnych pojęć, których możemy używać, rozmawiając z uczniami o powodach popełniania błędów oraz o technikach uczenia się (szerzej o tych zagadnieniach niżej w: Podejmowanie decyzji a zjawisko tunelowania).

Uczyć przez zaskoczenie

Tego typu zadania i sytuacje zadaniowe powinny wywoływać w uczniach efekt zaskoczenia. Jeżeli chcemy uaktywniać i ćwiczyć ich racjonalne myślenie, powinniśmy odpowiednio często zaskakiwać ich leniwy system intuicyjny, wprowadzając go w błąd, ale tak, żeby ich błędy nie prowadziły do trudnych do zniesienia konsekwencji. Nie należy przesadzać z wytykaniem błędów. Wielu uczniów jest bardzo przywiązanych do swego intuicyjnego obrazu rzeczywistości i ewentualne odstępstwa od niego, wymuszane w wyniku naszych prowokacji, będą przyjmowane jak atak na swoją intelektualną integralność. Nikt nie lubi, kiedy świadomie wytyka mu się pomyłki, gdy celowo wprowadziło się w go błąd.

Dość bezpieczne są za to zadania o innych lub o wszystkich, chociażby zadania związane ze złudzeniami optycznymi. Każdy, kto patrzy na takie obrazki, jak poniższy, nie może oprzeć się złudzeniu, że narysowane odcinki nie są równoległe, Tutaj to my sami wprowadzamy się w błąd:



Rys. 2. Przykład złudzenia optycznego
Źródło: [Fibonacci](), Licencja: CC BY 3.0

Tego typu doświadczenia z własną percepcją mają uczniom i nauczycielom uświadamiać bardzo ważny problem: to, co widzimy (obrazek, sytuacja, treść zadania) nie zawsze jest tym, czym jest w rzeczywistości, a więc wyciąganie wniosków wyłącznie na podstawie obserwacji często prowadzi do błędów. Potrzebujemy uruchomić krytyczne rozumowanie, które zweryfikuje obraz wytworzony w naszej głowie. Złudzenia myślowe są może bardziej niebezpieczne niż wzrokowe, gdyż o wiele trudniej je zidentyfikować. Ulega im każdy, a przykładem wręcz klasycznym jest złudzenie, że Słońce krąży wokół Ziemi.

Nie sposób jednak używać wyłącznie racjonalnego myślenia. Życie nie byłoby możliwe, gdybyśmy nie opierali się w ogóle na intuicji. Chodzi nam jednak o umiejętne kierowanie systemami. Potrzebna jest nam wszystkim bardzo ważna kompetencja, z której korzystalibyśmy w sposób nawykowy: zdolność uruchamiania racjonalności w sytuacjach, kiedy jest ona rzeczywiście potrzebna.

Trening obejmujący rozwiązywanie zadań ma służyć zatem nie tylko budowaniu trwałej wiedzy matematycznej, ale także (może nawet przede wszystkim) rozróżnianiu sytuacji, w których wystarczy zaufać intuicji, od sytuacji, kiedy koniecznie trzeba skorzystać z narzędzi racjonalności.

Wierzymy w to, że pokazując strategie i sposoby rozwiązywania zadań, będziemy uczyć nie tylko kroczenia wydeptanymi ścieżkami poprawnych rozwiązań, ale także sam proces podejmowania decyzji na poszczególnych etapach rozwiązywania. Mogłyby temu służyć np. następujące pytania kierowane do uczniów:

- W jaki sposób rozwiązywałeś to zadania?
- Przedstaw kilka decyzji, które podjąłeś, kiedy pracowałeś nad tym problemem?
- Jakie pytania zadawałeś sobie w trakcie rozwiązywania zadania?
- W jakich sytuacjach zmieniałeś wybór sposobu rozwiązania?
- Jakie argumenty przekonały cię do wyboru tej właśnie drogi?
- Skąd czerpałeś pewność, że nie popełniasz błędów, rozwiązując zadanie w ten sposób?
- W jakiej sytuacji swoją decyzję oparłeś na intuicji i do czego cię doprowadziła taka decyzja (nie zawsze prowadzi ona do błędu)?

Takie pytania usłyszane po raz pierwszy mogą zaskoczyć uczniów. Najprawdopodobniej większość z nich nigdy nie poddaje refleksji swojego toku myślenia, tylko po prostu działa (intuicyjnie). Uczniowie przeważnie nie zdają sobie sprawy, że pracując nad zadaniem, w ogóle podejmują jakieś decyzje lub powinni to robić, że każdy etap, każda myśl popychająca rozwiązanie zadania ku końcowi jest związana z wyborem (intuicyjnym albo racjonalnym), że czasem są zmuszeni do wycofania się z obranej drogi, ponieważ utknęli na niej i są w ślepej uliczce. Warto uświadamiać im, że nie ma w tym nic złego, jeśli nadal panują nad rozwiązaniem na tyle, żeby wiedzieć, do którego miejsca drzewa decyzyjnego należy się cofnąć, by wybrać inną drogę. Dotarcie do końca rozwiązania, czyli do wyniku, nie kończy jeszcze procesu decyzyjnego. Oddanie zadania do oceny wymaga podjęcia kolejnej decyzji, w tym tej ostatniej i najważniejszej: zadanie jest rozwiązane bezbłędnie. Znów uczeń może oprzeć się tu na intuicji albo na racjonalnym uzasadnieniu poprawności.

Warto zdawać sobie sprawę, że rozwiązując zadania, uczniowie doświadczalnie przekonują się o wartości obu systemów podejmowania decyzji. Poniesiemy pedagogiczną porażkę, jeżeli na naszych lekcjach uczniowie utwierdzą się w przekonaniu, że intuicja im wystarcza. Powinniśmy zatem dbać o to, by w odpowiednich warunkach sprzyjających pracy obu systemów uświadamiać uczniom, jak duże znaczenie przy podejmowaniu decyzji w sytuacjach problemowych ma **system oparty na racjonalnym myśleniu.**

Racjonalne decydowanie a praca w grupie

Dynamika pracy w grupie, zwłaszcza czynnik emocjonalny występujący podczas rozwiązywania problemów i konfliktów, ma wpływ na funkcjonowanie systemów racjonalnych. Podczas intensywnych interakcji ulegamy często wpływom silniejszych osobowości lub też osób, o których myślimy, że są bardziej kompetentne od nas. Decyzje w grupach podejmowane są szybko, ponieważ liczne interakcje mogą opóźniać pracę nad problemem (trzeba podzielić zadania, przekonać nieprzekonanych, wspólnie podjąć wiele decyzji). Szczególnie metoda burzy mózgów na pierwszych etapach wymiany pomysłów bazuje na systemach intuicyjnych uczestników zajęć. Aby uniknąć podejmowania błędnych decyzji, warto uświadamiać uczniom, że także pracując zespołowo, należy korzystać z systemów racjonalnych, może nawet szczególnie trzeba zwracać uwagę na to w metodach opartych na współpracy lub wprost odwołujących się do intuicji.

Kiedy dostrzegamy rodzący się w grupie spór decyzyjny, zachęcajmy do omówienia argumentów stron sporu, do przekonywania się z niewielkim udziałem emocji. Decydujące powinny być same argumenty, a nie stosunek do osoby, która je przedstawia. To racjonalne stanowisko będzie przyjęte ze zrozumieniem, lecz najprawdopodobniej trudno je będzie zastosować w praktyce. Może potrzebne będą dodatkowe ćwiczenia w postaci ogólnoklasowych debat nad rozwiązaniami. W debatach tych możemy uwzględniać nie tylko analizę sposobu poprawnego i błędnego, ale także dwóch poprawnych rozwiązań różnymi metodami albo dwóch błędnych rozwiązań (dlaczego doszło do tego błędu).

Do naszego szkolnego słownika warto wprowadzić zwroty w rodzaju: „Wydaje mi się, że tę decyzję oparłeś na intuicji", „Skąd czerpiesz przekonanie, że to rozwiązanie jest bezbłędne?", „Poczekajmy chwilę, aż wszyscy spróbują pomyśleć nad problemem racjonalnie".

Tego typu sformułowania mają uświadomić uczniom, że funkcjonowanie w trybie racjonalnym nie jest czynnością nawykową, że wymaga wysiłku połączonego z wytężeniem uwagi i skupienia, w którym nie dostrzega się zewnętrznych wpływów. Zatem także zewnętrzny wpływ nauczyciela nie występuje w takim stanie umysłu. Podczas pracy w grupach lub nawet pracy w klasie szkolnej, zawsze w środowisku rozpraszających bodźców zewnętrznych, szczególnie trudno o warunki sprzyjające racjonalnemu podejmowaniu decyzji. Nie szkodzi, do tego typu warunków trzeba się przyzwyczajać. W podobnych warunkach uczniowie będą często podejmować ważne decyzje w przyszłości, gdy zakończą szkolną edukację. Muszą się przygotować do racjonalnego decydowania w sytuacjach niesprzyjających.

Aby przekonać uczniów do większego skupienia, którego wymaga system racjonalny, możemy użyć następującego argumentu:

> „Kiedy byliście młodsi i uczyliście się np. tabliczki mnożenia, którą dzisiaj świetnie znacie na pamięć, wymagało to od was dużego wysiłku i skupienia. To właśnie dlatego teraz już nie musicie się tak wysilać i z dużą łatwością rozwiązujecie inne zadania, które dawniej sprawiały wam kłopoty. Podobnie będzie i z tymi trudnymi

zadaniami za jakiś czas. Jeżeli nie zużyjecie odpowiednio dużo energii na uczenie się nowych rzeczy, będą ona dla was zawsze tak samo trudne jak dzisiaj".

Dodatkowymi przeszkodami (oprócz zasady „im mniej wysiłku, tym lepiej"), które trzeba wyeliminować, aby umożliwić rozwój systemów racjonalnego podejmowania decyzji, są jeszcze inne niekorzystne nawyki uczniów, np.

- odkładanie pracy na później,
- rezygnacja w obliczu nadmiernej trudności,
- ucieczka w czynności niezwiązane z zadaniem,
- poszukiwanie gotowych rozwiązań,
- sprowadzanie wiedzy do niepoprawnych schematów,
- sięganie po „nagrodę" przed zasłużeniem na nią,
- trzymanie się raz obranej drogi rozwiązania.

(Wrócimy do nich w: Podejmowanie decyzji a zjawisko tunelowania).

Są to nawyki wynikające z pokus działających na osoby zmagające się z wyjątkowo trudnymi sytuacjami. Być może są to ewidentne symptomy przeciążenia obowiązkami, których to symptomów nie dostrzegamy w pełni. Warto przemyśleć zasadę nauczania/uczenia się, mogącą mieć zastosowanie wobec uczniów zbyt często podejmujących intuicyjne decyzje, zasadę: **mniej znaczy więcej**. Efektem tych pedagogicznych refleksji mogłoby być decyzja o zdjęciu z uczniów obowiązku opanowywania w sposób pamięciowy nadmiernej ilości informacji z wielu dziedzin i skupienie się na kształtowaniu kompetencji niezbędnych do podejmowania racjonalnych decyzji, także tych dotyczących trudu samodzielnego uczenia się najbardziej kluczowych zagadnień.

Przeciążenie umysłu nie pozostaje bez wpływu na stan i rodzaj wiedzy uczniów. Uczenie się z wykorzystaniem wyższych funkcji umysłowych jest bardzo męczące, co potwierdzają badania. Zmęczenie to odbija się na całym organizmie i popycha rozwój ucznia w niewłaściwym kierunku. Być może skutki, które dostrzegamy w szkołach i społeczeństwie, są skutkami przeciążeń związanych z nadmiernymi wymaganiami. Wyczerpany organizm podejmuje błędne decyzje, gdyż jego racjonalny system jest wyłączony (McGuire, Botvinick, 2010; omawiane w: Kahneman, 2012).

Zadania na sprawdzanie gotowości do pracy i na włączenie systemu racjonalnego rozumowania

Warto badać przed zajęciami stan umysłu uczniów, czy są oni gotowi do rozwiązywania zadań, w których nie chcemy, aby korzystali wyłącznie z intuicji. Czy zadawaliśmy sobie pytanie: „Ile zadań wymagających energii skupienia są w stanie wytrzymać uczniowie podczas naszych zajęć?". Pamiętajmy, że będą jej potrzebowali potem także na innych przedmiotach. Badanie można przeprowadzić za pomocą łamigłówki, prostego pytania-zagadki, w której na chwilę umysł musi wyjść ze stanu „łatwej odpowiedzi".

Co zrobić, jeżeli uczniowie nie będą dysponowali odpowiednią energią? Czasem pomaga uzupełnienie poziomu glukozy. Warto zwrócić uczniom uwagę na to, że rozwiązując trudne zadania, np. na sprawdzianie lub na egzaminie, należy rozpoczynać od tych najtrudniejszych lub średnio trudnych, kiedy umysł nie jest jeszcze bardzo zmęczony. Bardzo często uczniowie nie są w stanie rozwiązać zadań z końca testu (zazwyczaj zadania na sprawdzianach wiedzy ułożone są od najłatwiejszych do najtrudniejszych) – porzucają je, nie próbując nawet rozwiązać – ponieważ nie mają dość energii, aby stawić im czoła.

Przykład zagadki uruchamiającej system racjonalnego myślenia:

Oceń, czy przedstawione rozumowanie jest poprawne.

Wszystkie skody to samochody. Niektóre samochody się często psują. Zatem niektóre skody często się psują.

Uczeń ma tu podjąć racjonalną decyzję o słuszności końcowego wniosku, wyciągniętego na podstawie dwóch przesłanek. Zdanie: „Niektóre skody często się psują", jest zdaniem prawdziwym, gdyż w zbiorze samochodów dowolnej marki (także tej) znajdą się egzemplarze wyjątkowo wadliwe. Intuicja podpowiada zatem, że to zdanie jako wniosek, też jest uprawnione. Tak jednak nie jest, gdyż w zdaniu o samochodach często się psujących nie ma mowy, że może chodzić także o skody.

Zagadki tego typu, w których przedstawiamy krótkie łańcuchy wnioskowania przyczynowo-skutkowego, skutecznie wyprowadzają myślenie uczniów z poziomu intuicji na poziom racjonalności. Podobnie jak zagadki związane z dopasowywaniem przyczyn do obserwowanych skutków. Takie zadania pojawiają się też na testach. Są to zadania typu: „Czy z podanych informacji wynika…?".

Przykład

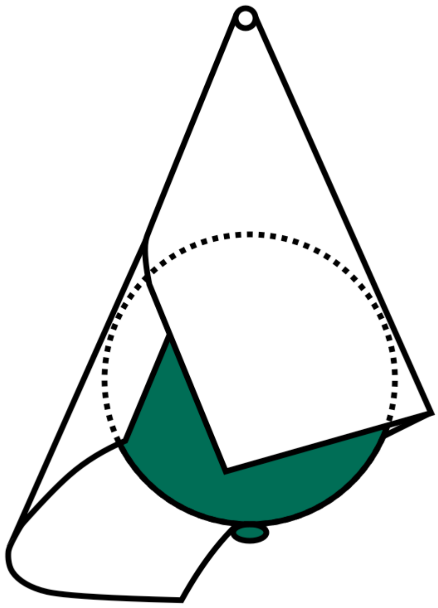
„Stosunek ilości czasu poświęconego na samodzielną pracę ucznia na zajęciach do ilości czasu poświęconego na pracę w grupie i inne czynności wynosił na pewnej lekcji 5:4.

Wynika stąd, że:

a) Na tej lekcji nie sprawdzano pracy domowej.
b) Samodzielna praca ucznia trwała o 5 minut krócej niż pozostałe działania.
c) Praca w grupie i inne czynności trwały o 5 minut krócej niż pozostałe działania.
d) Uczeń pracował samodzielnie przez 20 minut" (Lech i in., 2017).

Przykład zagadki-eksperymentu uruchamiającej system racjonalnego myślenia

Jeżeli włożymy do lejka z papieru balonik i dmuchniemy w lejek z góry silnym strumieniem powietrza, balonik nie spadnie na podłogę tylko pozostanie w lejku, jakby był wsysany, a nie wydmuchiwany. Dlaczego tak się dzieje?



W eksperymencie tym uczniowie, którzy go nie znali, widzą, że dzieje się coś sprzecznego z ich intuicją. Każdy uczeń może powtórzyć eksperyment i otrzymać podobny efekt. Nawet jeśli nie podamy fizycznej interpretacji eksperymentu, po którą można odesłać uczniów do literatury, wzbudzimy w nich pozytywną nieufność do rozumowań intuicyjnych. Pod tym kątem należy przygotować większy zbiór zadań.

Przykład zadania uruchamiającego system racjonalnego myślenia

> 10 maszyn wykonuje 10 przedmiotów w ciągu 10 minut. Ile czasu zajmie wykonanie 100 przedmiotów 100 takim maszynom?

Wracamy tu do mylących przewidywań intuicyjnych związanych z proporcjami. Aby podważyć intuicyjną odpowiedź (100), możemy postawić pytanie pomocnicze: „Ile czasu zajmie jednej maszynie wykonanie jednego przedmiotu?".

Za każdym razem, kiedy uczeń okazuje nam szczere zrozumienie i z pewną miną zmienia zdanie, oznacza to, że uruchomiony został racjonalny system rozwiązywania problemów. Powinniśmy zwrócić uwagę uczniów właśnie na ten moment: bez racjonalnego myślenia możemy uwierzyć prawie we wszystko. Tego typu zadania ćwiczą także umiejętność skupiania się nad problemem, która nie jest na ogół wykorzystywana w rozumowaniu intuicyjnym. Omawiane związki między dwoma typami decyzji w centrum naszej uwagi stawiały nie tyle sam proces decyzyjny, ile czynnik samokontroli podczas ich podejmowania, zwłaszcza w sytuacjach przechodzenia między trybami rozumowania. Z wielu badań wynika, że uczniowie, którzy osiągnęli odpowiedni poziom kompetencji w zakresie samokontroli, odniosą w przyszłości znacznie więcej znaczących sukcesów w ramach swojej działalności zawodowej i prywatnej niż ich mniej samokontrolujący się koledzy. Wniosek ten jest także zgodny z naszą intuicją.

W dalszej części przyjrzymy się samym mechanizmom podejmowania racjonalnych decyzji oraz szkolnym sytuacjom zadaniowym, w których można je wspomagać.

Podejmowanie decyzji a zjawisko tunelowania

We wspomnianej książce D. Kahneman omawia szeroko zjawisko tunelowania. W dużym skrócie polega ono na tym, że ludzie w sposób nieuświadomiony podczas podejmowania decyzji ulegają sugestywnym sygnałom z otoczenia. Przykładowo, osoby, których okręgi wyborcze mieszczą się w szkołach, chętniej popierają wydawanie budżetowych pieniędzy na oświatę, osoby, w których otoczeniu eksponowane są oczy, są bardziej skłonne do zachowań etycznych (chętniej wpłacają należną składkę za ciasteczka lub herbatę do wspólnej skarbonki).

Z licznych eksperymentów poświęconych efektowi tunelowania wynika, że jeżeli chcemy zachęcić uczniów do podejmowania racjonalnych decyzji podczas rozwiązywania problemów, powinniśmy wzbogacać elementy wystroju klasy wizerunkami ludzi przy pracy, skupionych nad zadaniem. Podobnie plakat ukazujący właściwie przebiegającą pracę w grupach będzie formą zachęty do naśladowania. Tego typu mechanizmy powszechnie są używane do wywoływania oczekiwanych reakcji. Dlaczego nie korzystać z nich w szkole?

Rys. 3. Przykład plakatu tunelującego

Nie mówiąc nic uczniom, można prowadzić eksperymenty w ramach tego samego zespołu lub różnych. Wybierzmy dwie równoległe klasy o mniej więcej podobnym poziomie możliwości i dawajmy obu te same zadania do rozwiązania, przy czym jedna z klas niech pracuje w sali z tunelującym plakatem, a druga bez plakatu. Po kilku lekcjach można przyjrzeć się rezultatom.

Trzeba zdawać sobie sprawę, że jeśli w klasie liczba osób zniechęconych do nauki przewyższa liczbę osób chętnych, to sam widok tych zniechęconych wpływa na obniżenie zapału do pracy osób na początku pozytywnie do niej nastawionych. W ramach szkolnej socjotechniki zachęcajmy do uśmiechu, rozładowujmy napiętą atmosferę, wprowadzajmy, ale z umiarem, spokój i optymizm. Jeżeli ktoś naprawdę nie ma zamiaru skorzystać z zajęć (bywają tacy uczniowie i takie dni), to znajdzie bardzo dużo powodów, żeby nie zainteresować się nawet najbardziej atrakcyjnymi, według nas, zadaniami.

Jak już wspominaliśmy, aby uczyć się matematyki, trzeba rozwiązywać zadania. Jeśli uczeń chce nauczyć się czegoś nowego, zadania nie mogą być dla niego za łatwe. Wtedy co najwyżej utrwali wiedzę, którą już zdobył. Uczucie łatwości tematu, na szczęście dość rzadkie na lekcjach matematyki, jest niebezpieczne, ale jeszcze bardziej niebezpieczne jest poczucie, że zadanie jest nowe, a więc trudne. Należy umiejętnie wprowadzać nowe zadania tak, by wydawały się uczniom znajome. Wtedy łatwiej im będzie przechodzić od dyskomfortu zmagania się z nowym zadaniem do uczucia „ale to proste, dlaczego od razu nie…”.

Nie musimy mówić uczniom o tym, że trudności, które uczymy ich pokonywać, są konieczne i wymagają ich wysiłku. Sami przekonują się o tym na co dzień. Praca nauczyciela polega na umiejętnym prowadzeniu ucznia pomiędzy fazami uczuć:

- „jakie to trudne”, „pierwszy raz to widzę”, „eee, nie chcę, to nie jest miłe”;
- „jakie to łatwe”, „to nawet przyjemne”, „to prawda”, „już będę wiedział”.

Wszystkie te uczucia dotyczą tej samej trudności: w pierwszym podpunkcie przed jej pokonaniem, a w drugim – po.

Te same uczucia, bo rozmawiamy wciąż o tym samym, pojawiają się przed podjęciem dowolnej ważnej decyzji oraz po, jeśli decyzja okazała się słuszna. Nie jest dobrze, jeśli fazy przed i po podjęciu decyzji charakteryzują się emocjami ze spektrum „znowu zadanie!” – „nareszcie mam to z głowy”. Ani też gdy emocje zamieniają się miejscami.

Jeżeli zauważymy, że uczniowie postrzegają nowy materiał jako nadmiernie trudny, zadbajmy o to, żeby nie traktowali go jako nowy. Efekt „znam to, już gdzieś widziałem” pomoże uczniom opanować pierwsze emocje towarzyszące nowości. Aby uczeń nie wpadał w panikę na widok trudnego problemu, warto go wcześniej postawić (wprost lub tylko umieszczając w widocznym miejscu), nie wymagając rozwiązania, lub sformułować w uproszczonej wersji, dostępnej uczniom i wyćwiczonej. W zasadzie stopniowania trudności ukryty jest **mechanizm redukujący negatywne emocje na widok nowych treści.**

Powtarzanie, wielokrotne eksponowanie nawet trudnego zagadnienia wywołuje często efekt wspierający ocenę „to nie jest takie trudne, chcę się tego nauczyć” oraz decyzję o przystąpieniu do nauki.

Uczeń w procesie podejmowania decyzji

Przypatrzmy się etapom każdego procesu decyzyjnego. Zostały one opracowane na podstawie modeli procesu decyzyjnego menedżerów i dostosowane do potrzeb ucznia rozwiązującego zadania matematyczne.

Etap 1. Zdefiniowanie problemu

Etap 2. Określenie celu

Etap 3. Zbadanie wariantów wyboru

Etap 4. Przewidywanie konsekwencji

Etap 5. Wybór optymalnego wariantu

Etap 6. Analiza wrażliwości

Rys. 4. Etapy procesu decyzyjnego

Etap 1. Zdefiniowanie problemu. Nie można podjąć racjonalnej decyzji, jeżeli problem nie zostanie zdefiniowany. W sytuacji szkolnej problemem jest pojawienie się zadania i samo zadanie jako problem do rozwiązania. Zakładamy, że pojawienie się problemu nie wymaga od ucznia decyzji lub że jest to decyzja „podejmuję się rozwiązania” (gdyby była inna, nie bylibyśmy w stanie prześledzić w tym miejscu wszystkich możliwych wariantów i konsekwencji). Przyczyna pojawienia się problemu jest oczywista. Uczniowie spodziewają się zadań, które będą musieli rozwiązywać, podejmując przy tym liczne decyzje. Treść zadania zazwyczaj uczeń ma przed sobą, czasem problem polega na skonstruowaniu problemu. W obu przypadkach rozwiązujący powinien uświadomić sobie, na czym problem polega dla niego samego i jaki ma być jego wkład w decydowanie, jak potoczy się rozwiązywanie problemu: na ile ma być biernym odbiorcą rozwiązania, a na ile aktywnym i odpowiedzialnym uczestnikiem podejmującym decyzje.

Etap 2. Określenie celu. Cel zadania określony jest w poleceniu lub pytaniu. Dobrze, żeby uczeń zdawał sobie sprawę nie tylko z tego, do czego dąży w zadaniu, ale też jaki cel ogólny ma nauczyciel, stawiając taki, a nie inny problem. Jakie miękkie i twarde kompetencje mogą być kształcone podczas rozwiązywania zadania. Być może są też jakieś dodatkowe nagrody za udział w rozwiązaniu zadania, podnoszące poziom motywacji do pracy nad nim? Uczeń może też sprawdzić, czy cele, które wiążą się z postawionym zadaniem, nie są z jego punktu widzenia ze sobą sprzeczne. Może się zdarzyć, że oczekiwanie aktywności ucznia pozostanie w sprzeczności z nastawieniem na z góry przewidziany przez nauczyciela model rozwiązania. Taka sprzeczność w większości wypadków zniechęca do podejmowania własnych działań.

Etap 3. Zbadanie wariantów wyboru. Na tym etapie uczeń rozważa możliwe wybory narzędzi i sposobów postępowania podczas rozwiązywania zadania. Ocenia też intuicyjnie prawdopodobieństwo ich poprawności, rozważa sytuacje, w których będzie trzeba sięgnąć po inne sposoby lub strategie rozwiązywania problemu. Na tym polega przygotowanie do podjęcia pierwszych decyzji.

Etap 4. Przewidywanie konsekwencji. Aby umożliwić szybsze podjęcie trafnej decyzji, warto rozpoznać bliżej możliwe drogi postępowania. Może być ich kilka i niekoniecznie uczeń musi wpaść od razu na jedną z właściwych. Zanim wybierze lub opracuje jego zdaniem najbardziej efektywną strategię rozwiązywania, może wycofywać się i wracać, nawet wielokrotnie, do miejsc, w których należałoby zmieniać nieefektywną decyzję. Wiedząc o tym, że jedynie czynnik czasu stanowi ograniczenie, uczeń nie powinien przejmować się możliwością popełniania błędów. Co więcej, powinien być świadomy, że błędy na tym etapie są koniecznym elementem (możliwą do naprawienia konsekwencją) podejmowanych decyzji. W czasie rozwiązywania tego problemu właśnie dzięki błędom uczeń dowiaduje się, w którą stronę nie należy prowadzić rozumowania w zadaniach tego typu.

Popełnianie i poprawianie błędów prowadzi do spodziewanych i bardzo korzystnych efektów uczenia się, ale wyłącznie w wypadku, gdy błędy są popełniane w ramach racjonalnego systemu myślenia.

W życiu, poza sytuacją rozwiązywania zadania matematycznego, podejmowane decyzje mają zazwyczaj charakter nieodwracalny. Konsekwencje mogą być poważne i trzeba je wziąć pod uwagę, zanim podejmie się decyzję. Jedyną konsekwencją błędnej decyzji występującej podczas rozwiązania zadania jest nieodkrycie/niepoprawienie błędu w rozwiązaniu. Rozwiązywanie zadań szkolnych to trenowanie podejmowania rzeczywistych decyzji o charakterze praktycznym.

Etap 5. Wybór optymalnego wariantu. Na drodze rozwiązania mogą pojawić się równoważne metody rozwiązania zadania. Przykładowo, układ równań zbudowany w rozwiązaniu zadania tekstowego można rozwiązać czterema metodami, a w rozwiązaniu trzeba przedstawić tylko jedną[4]. Optymalny wariant rozwiązania powinien spełniać kryteria stawiane zwykle rozwiązaniom zadań matematycznych:

- najprostsze,
- najkrócej zredagowane,
- zawierające niezbędne elementy,
- zawierające odpowiedź i rysunki.

Im bardziej optymalny wariant wybieramy, tym mniejsze ryzyko popełnienia pomyłek w rozwiązaniu.

Etap 6. Analiza wrażliwości. Ten etap w menedżerskim procesie decyzyjnym związany jest z nie dość precyzyjnie określonym stopniem ryzyka powodzenia przedsięwzięcia. Podejmujący decyzje menedżer powinien zatem wziąć pod uwagę zmiany trudnych do przewidzenia parametrów i opracować przyszłe losy projektu w zależności od ich wartości. W wypadku rozwiązania problemu uczeń może sprawdzić, jak zmieni się wynik zadania, gdy nieco zmienią się dane, lub przy jakich danych wynik może spełniać określone warunki.

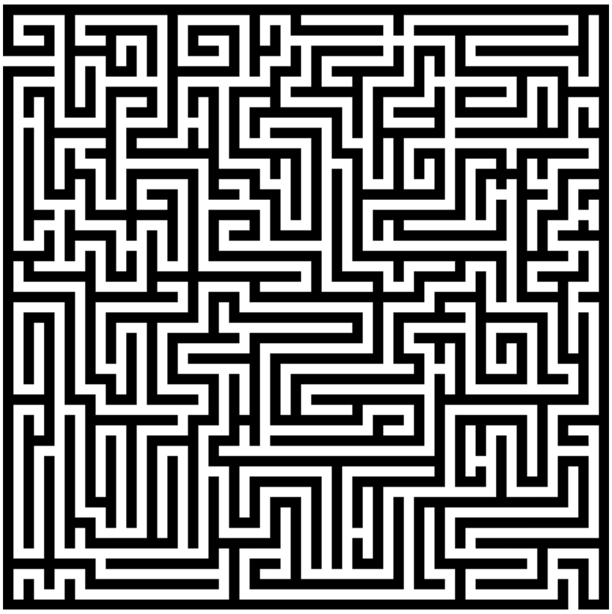
Zadania o treści ekonomicznej realizowane w formie projektu lub studium przypadku mogą w pełni uwzględniać szósty etap w znaczeniu przypisywanym mu w naukach menedżerskich.

Przykłady zadań i sytuacji dydaktycznych kształcących racjonalne decydowanie

Poniższe zadania można dostosowywać zarówno do potrzeb i możliwości uczniów szkół podstawowych, jak i uczniów liceów i techników. Podczas rozwiązywania każdego z nich praca systemu korzystającego z intuicji wyraźnie odróżnia się od pracy w ramach systemu racjonalnego, w którym uczeń musi być mocno skoncentrowany na zadaniu.

[4] Autor ma na myśli metody: podstawiania, przeciwnych współczynników, graficzną i zgadywanie.

Labirynty



Rys. 5. Przykład labiryntu

Labirynty są dobrymi metaforami obrazującymi procesy decyzyjne podczas rozwiązywania problemów. Każdy z sześciu opisanych etapów podejmowania decyzji znajduje tu odpowiednią ilustrację i reprezentację. Z łatwością można prześledzić je samodzielnie.

Ważne jest także zrozumienie, że etapy te opisują każdy racjonalny proces podejmowania decyzji oraz że żadna decyzja podejmowana w innym trybie nie jest decyzją racjonalną. Dlatego też warto zwracać uwagę na sześć etapów procesu decyzyjnego podczas rozwiązywania zadań matematycznych, gdyż w ten tylko sposób możemy przygotowywać uczniów do samodzielnego podejmowania właściwych decyzji.

W związku z labiryntami można postawić uczniom następujące zadania:

- Postaw kropkę w każdym miejscu labiryntu, gdzie zauważasz możliwość wyboru jednej z wielu dróg. Ile takich węzłów dostrzegłeś?
- Gdyby wybór każdej z możliwości był tak samo prawdopodobny, to ile jest wszystkich możliwych dróg prowadzących do ślepej uliczki albo do wyjścia? Jak wyznaczyć szansę (prawdopodobieństwo) wyjścia z labiryntu, jeśli nie mamy jego planu i wybór jest czysto przypadkowy?
- Jeśli labirynt ma kilka dróg, to która będzie najkrótsza?
- Zablokuj jedno z istniejących przejść, aby nadal można było pokonać labirynt.

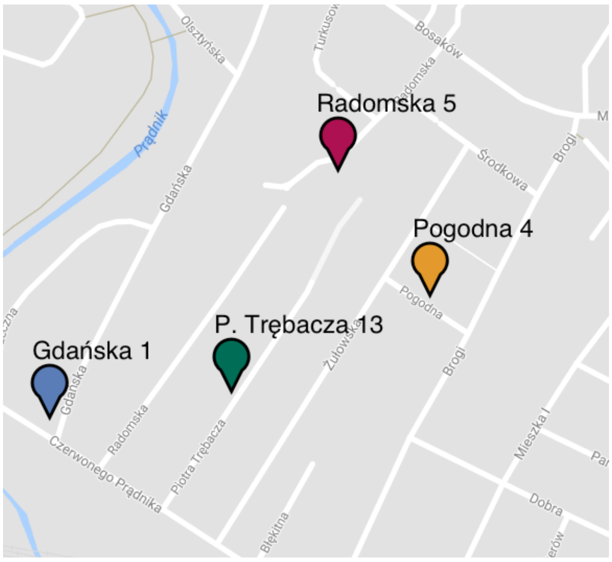
Wprowadzanie czytelnych metafor pomaga uczniom nie tylko dostrzegać i opisywać miękkie kompetencje związane z uczeniem się, to także sposób na uruchamianie systemów racjonalnych. Umiejętność odczytywania metafor należy do wyższych kompetencji intelektualnych w ramach racjonalnego systemu. Jedną z różnic między stanem, w którym uczeń podejmuje decyzje intuicyjne, i stanem, w którym podejmuje decyzje racjonalne, jest sposób, w jaki używa on języka: nieobecność metafor (język matematyczny jest pełen metafor), które zastępowane są przez dosłowne określenia, metonimie albo sformułowania o szerokim i nieokreślonym znaczeniu.

Uczeń mówi:

- „Tę liczbę trzeba przenieść na drugą stronę", „Dwa przecinek siedem" – język dosłowny.
- „Muszę dodać do siebie te dwie litery, a+b" – następuje tu przesunięcie referencji, znak literowy zastępuje znak cyfrowy lub liczbę; metonimia (Zawadowski, Bauersfeld, 1987).
- „W tym równaniu otrzymałem 5" – uczniowi chodzi o rozwiązanie równania, używa sformułowania z innego kontekstu jako uniwersalnego w wielu innych.

Problem kuriera

(Zadanie nawiązuje do problemów kuriera – sytuacji dydaktycznej opisanej w Zeszycie 3 Zestawu 5).

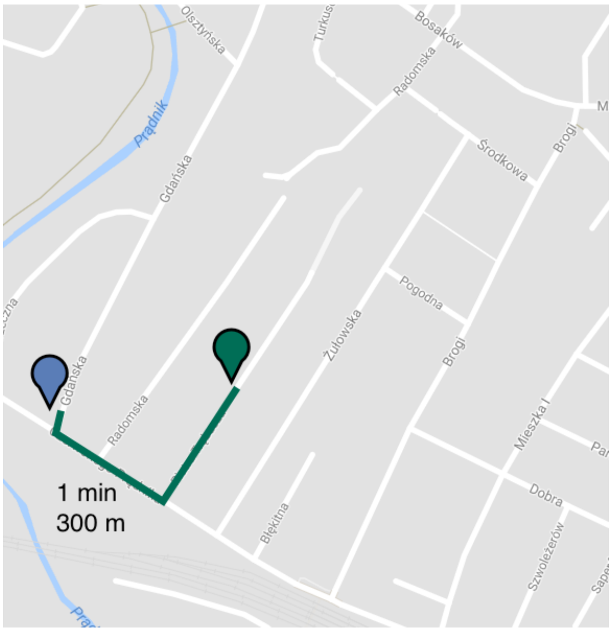


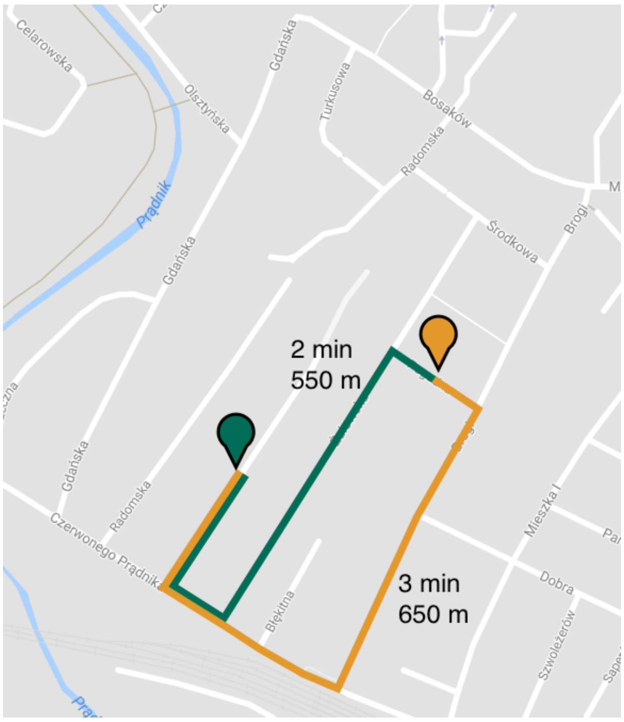
Zadaniem kuriera jest dostarczenie czterech paczek w miejsca oznaczone „balonikami". Radomska 5, Piotra Trębacza 13, Gdańska 1 i Pogodna 4 – to adresy, pod które trzeba dowieźć przesyłki.

Od którego adresu kurier powinien zacząć, aby jego droga była najkrótsza?

Skorzystaj z wydruków mapy internetowej, aby jak najlepiej zaplanować trasę kuriera. Zwróć uwagę, czy niektóre ulice nie są jednokierunkowe.


4 min
750 m
5 min
1,1 km
Prądnik
Celarowska
Olsztyńska
Turkusowa
Środkowa
Pogodna
Żułowska
Radomska
Piotra Trębacza
Błękitna
Mieszka I
Dobra
Szwoleżerów


1 min
300 m
Prądnik
Olsztyńska
Bosaków
Radomska
Gdańska
Środkowa
Brogi
Pogodna
Żułowska
Błękitna
Mieszka I
Dobra
Szwoleżerów



Etap 1. Zdefiniowanie problemu. Uczniowie uświadamiają sobie, na czym polega problem kuriera i ich w jego roli. Przymierzają się do rozwiązania, wodząc palcem po mapie. Zaczynają rozumieć, że chodzi o dotarcie do miejsc przeznaczenia przesyłek, trzeba poruszać się ulicami i dane są niektóre odległości między adresatami przesyłek.

Etap 2. Określenie celu. Uczniowie stawiają sobie cele. Mogą np. sprecyzować, że ich zadanie będzie polegało na obliczeniu kilku sposobów docierania do celu (wstępna eliminacja dróg za długich), a potem wybór drogi optymalnej. Uczniowie doświadczeni w programowaniu mogliby zająć się opracowaniem algorytmu sprawdzającego wszystkie możliwe trasy kuriera.

Etap 3. Zbadanie wariantów wyboru. Na tym etapie uczniowie opracowują przykładowe warianty tras kurierskich. Nie muszą obliczać ich długości. Sprawdzają natomiast, czy trasy są dozwolone; wyciągają wnioski na podstawie mapy: które ulice są dwukierunkowe, a które jednokierunkowe, a może kurierowi opłaca się zaparkować w pewnej odległości i nieduży odcinek przebyć pieszo? Na tym etapie powinni przygotować kilka wariantów. Praca grupowa umożliwia podział zadań i zwiększenie liczby wariantów do kilkunastu.

Etap 4. Przewidywanie konsekwencji. Teraz uczniowie jeszcze raz sprawdzają wyznaczone trasy. Czy są prawidłowe? A może są jakieś inne, krótsze? Mogą się zastanawiać, a co się stanie, gdy natężenie ruchu wpłynie na czas przejazdu?

Etap 5. Wybór optymalnego wariantu. Na poprzednich etapach zostały przygotowane wszelkie warianty, z których można wybrać najbardziej optymalny. Uczniowie powinni mieć poczucie, że zbadali je pod każdym kątem i że teraz mogą wybrać najbardziej optymalny. Optymalność wariantu także można przedyskutować. W tym wypadku może chodzić o optymalny, najkrótszy czas lub optymalną drogę, jaką przejedzie kurierski samochód. Wariant pieszo-samochodowy definiuje optymalność w inny sposób. Można zatem podać też kilka różnych wyborów zależnych od definicji pojęcia optymalność, które można opisać na kilka sposobów.

Etap 6. Analiza wrażliwości. Uczniowie stawiają sobie pytania związane z przebiegiem pracy kuriera w terenie. Rzeczywistość niesie zwykle niespodzianki, które należałoby wziąć pod uwagę:

- Co się stanie, je40
- h, za to np. ulice jednokierunkowe zostaną zamienione w dwukierunkowe?

Ten etap otwiera możliwości tworzenia nowych zadań, ale też poszukiwania sposobów przedstawienia mapy dzielnicy, który ułatwiłby orientację w terenie. Uczniowie opracowaliby schemat połączeń w formie grafu, którego wierzchołkami byłyby punkty docelowe, a krawędziami drogi.

Cennym doświadczeniem jest przekonanie się o praktycznym znaczeniu systemów nawigacji drogowych opartych na GPS, które w bardzo krótkim czasie opracowują optymalne trasy dojazdu między dwoma punktami. Uczniowie mogą zrealizować podobne zadanie praktyczne, wybierając punkty docelowe, a następnie przemieszczając się rowerami mierzyć przebyte drogi za pomocą odpowiednich aplikacji. Następnie sporządzą raporty w postaci map i wykresów.

Zadanie to ukazuje racjonalne decyzje także w ujęciu metaforycznym. Możemy je odnosić do każdej sytuacji problemowej zarówno na zajęciach matematyki, jaki w życiu pozaszkolnym.

Problem Monty Halla

Innym typowym problemem decyzyjnym, który wystawia na próbę nasze systemy intuicyjnego podejmowania decyzji, jest problem Monty Halla. Jego symulatory z dostępem online można znaleźć w internecie na stronie Math Warehouse. Można też wykonać jego inscenizację w klasie metodą dramy.

Sytuacja dydaktyczna

Cele

- ćwiczenie umiejętności racjonalnego podejmowania decyzji w sytuacji silnej presji rozwiązań opartych na intuicji,
- trening rozumowania probabilistycznego.

Efekty

Uczeń uznaje, że jego intuicja dotycząca zjawisk związanych z szacowaniem prawdopodobieństwa może być błędna. Rozumie, że w sytuacji opisanej w zadaniu grający ma większe szanse na wygraną, jeżeli zmieni zdanie.

Metody nauczania i formy pracy

- dyskusja, inscenizacja (turniej),
- praca w grupach i z całą klasą.

Potrzebne materiały

Przygotowujemy trzy jednakowe nieprzezroczyste pojemniki (otwarte kartonowe pudełka, kubki albo miski), figurkę kozy (lub innego zwierzęcia), niewielki model samochodu wysokiej klasy (lub inny przedmiot o powszechnie uznawanej wartości użytkowej), tabele (po jednej dla każdej grupy)

	Uczestnik zmienił zdanie	Uczestnik nie zmienił zdania
Wygrana Ile razy		
Razem		

Przebieg zajęć

1. Nauczyciel:

   „Dzisiaj będziemy rozgrywać turniej, w którym można wygrać wartościowy samochód. Potrzebna będzie osoba prowadząca konkurs oraz jego uczestnicy (ok. 15 osób). Zasady są następujące: Mamy trzy pudełka. Pod jednym z nich jest samochód, pod innym koza, a pod trzecim nie ma nic. Na początku uczestnik konkursu wskazuje pudełko, pod którym jest wybrana przez niego nagroda, oczywiście nie wie on, gdzie jest samochód, który chciałby wygrać. Zgaduje. Następnie osoba prowadząca, która wie, gdzie ukryte są fanty, odsuwa pudełko, pod którym znajduje się koza i mówi: »Pod tym pudełkiem znajduje się koza. Może pan/pani pozostać przy swoim wcześniejszym wyborze albo zmienić zdanie, wskazując inne nieodkryte pudełko. Czy zmienia pan/pani zdanie?«. Uczestnik odpowiada, osoba prowadząca odsłania wskazane pudełko i wszyscy się dowiadują, czy uczestnik podjął słuszną decyzję”.

2. Pierwszy pokaz konkursowy zostaje przeprowadzony z pomocą nauczyciela. Nauczyciel zadaje jeszcze pytanie: „Jak sądzicie, czy w tym konkursie warto zmieniać zdanie, czy raczej trzeba pozostać przy pierwszym wyborze? A może nie ma to wcale znaczenia?”. Uczniowie wypowiadają swoje zdania zgodnie ze swoją intuicją. Można przeprowadzić głosowanie i zapisać wyniki na tablicy. Zwykle niewielki procent głosujących opowiada się za opcją „zmienić zdanie”.

Pozostać przy pierwszym wyborze	Zmienić pierwszą decyzję	Nie ma znaczenia, czy zmienia się decyzję, czy nie

   Można także przeprowadzić krótką dyskusję uzasadniającą poszczególne decyzje na temat konkursowych wyborów.

3. Uczniowie inscenizują turniej. Możemy sugerować, żeby liczby osób zmieniających zdanie i pozostających przy swoim zdaniu były zbliżone. Nie trzeba bardzo wielu doświadczeń, żeby zorientować się, że strategia polegająca na zmianie pierwszej decyzji przynosiła lepsze efekty niż strategia utrzymywania jej w mocy. Odkrycie to może być niespodzianką. Pojawią się prawdopodobnie zastrzeżenia związane z niewystarczającą liczbą prób. Można wtedy podzielić klasę na pary, dzięki którym liczba prób znacznie wzrośnie. Symulatory online także mogą pomóc, choć może zachodzić obawa, że nie są zaprogramowane dostatecznie rzetelnie.

4. 4. Kiedy próby grupowe potwierdzą wniosek wyciągnięty na podstawie inscenizacji, rozpoczynamy część poświęconą poszukiwaniu racjonalnego uzasadnienia. Nawet czwartoklasiści mogą rozwijać ciekawe teorie. Nie oczekujemy kompletnych wyjaśnień.

Zainteresowanych można odesłać do źródeł. Warto też poprosić o przygotowanie innych decyzyjnych problemów, podobnych do tego z kozą i samochodem.

To, że uczniowie szkół podstawowych nie mają jeszcze doświadczeń z zadaniami z rachunku prawdopodobieństwa, nie ma tu znaczenia. Nawet lepiej, że jeszcze nie mają nawyków sięgania po narzędzia tej dziedziny matematyki. Chodzi nam przecież o przetestowanie ważnej intuicji probabilistycznej oraz budowanie nieufności do wyborów nieopartych na racjonalnych przesłankach. Problem Monty Halla wpisał się do światowej popkultury, wywoływał wiele emocji w USA na przełomie lat 80. i 90. XX wieku, warto więc o nim wiedzieć chociażby z tego powodu. Nadal też organizowane są konkursy podobne do inscenizowanego. Czasem także w codziennym życiu musimy podejmować decyzje, określając szanse zajścia pewnych zdarzeń przy zmieniającej się wiedzy na temat wariantów.

Gry losowe są ciekawym polem doświadczeń. Wszyscy kupujący losy loterii, w których można uzyskać bardzo wysokie wygrane, w momencie zakupu wyłączają swoje systemy racjonalnego rozumowania. Gdyby tego nie zrobili, nigdy nie wydaliby ani grosza na zakłady. Może warto z uczniami brać udział w takich zakładach, ale bez wydawania pieniędzy. Czy bylibyśmy gotowi przeprowadzić z uczniami taki stały wielotygodniowy eksperyment, w którym „narażalibyśmy się” na wygraną bez wysyłania kuponów?

Czy warto grać w Lotto?

Potrzebne materiały

Przygotowujemy kupony Lotto po jednym dla każdego ucznia.

Przebieg zajęć

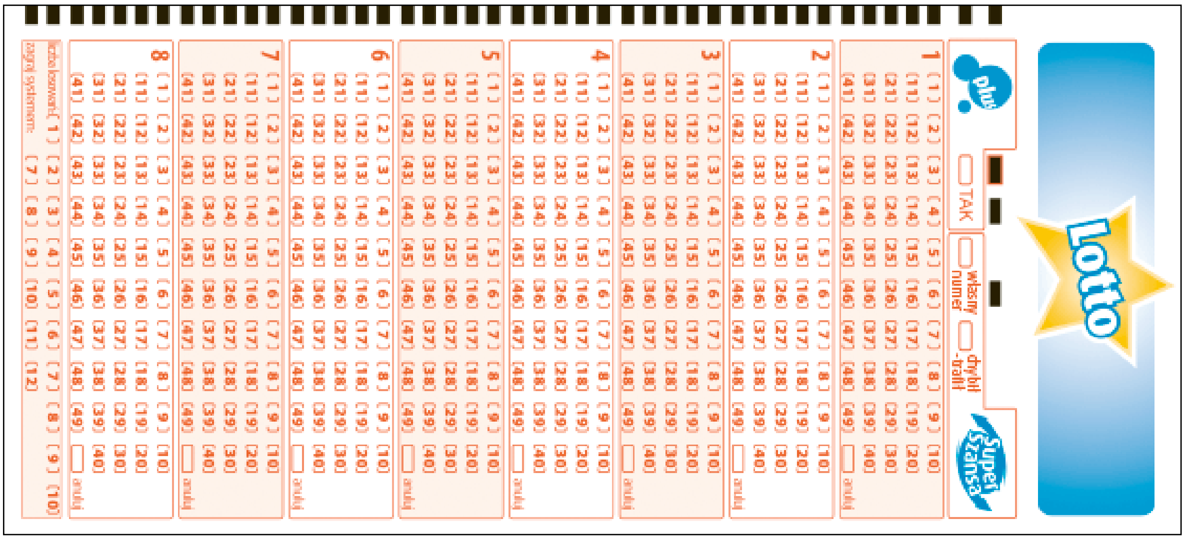
1. Nauczyciel:

   „Dzisiaj będziemy decydować, jakie liczby wygrają w najbliższym losowaniu Lotto. W tej grze trzeba zaznaczyć 6 liczb z 49. Jutro (datę podajemy zgodnie z prawdą) odbędzie się losowanie tych liczb. Dzisiaj nikt nie wie, jakie to będą liczby. Osoba, która zgadnie wszystkie sześć, otrzyma wysoką nagrodę pieniężną. Czasem to jest milion złotych, ale bywa, że ponad 20 milionów. Często ktoś wygrywa. Z pewnością znacie ludzi, którzy grają regularnie lub od czasu do czasu. Czy ktoś zna kogoś, kto wygrał już dużą nagrodę?

   Zaznaczcie na kuponie 6 dowolnych liczb. Jutro przekonamy się, kto wygrałby, gdyby opłacił i wysłał kupon. My tego nie będziemy robić. Chcemy się przekonać doświadczalnie, jakie są szanse na wygraną”.

2. Uczniowie wypełniają po jednym kuponie. Po losowaniu nauczyciel wypisuje oficjalną szóstkę liczb, a uczniowie sprawdzają, które z wylosowanych liczb są na ich kuponach.

Po sprawdzeniu uczniowie wypełniają kolejny kwadrat i po kolejnym losowaniu sprawdzają znowu, tym razem dwa swoje typowania. Postępują tak do końca kuponu.



3. Takie doświadczenie pokazuje uczniom różnicę między podejmowaniem intuicyjnych decyzji i racjonalnych. Na wszelki wypadek należy się zastanowić, jak wybrnąć z sytuacji, gdy jednak na jednym z kuponów pojawi się zwycięska szóstka liczb.

Podsumowanie

Naszym celem jest zwrócenie uwagi nauczycieli i uczniów na ukryte, lecz wszechobecne momenty decyzji. Niemal na każdym kroku uczniowie podejmują decyzje. Wyłuskanie niektórych z tych sytuacji ma wymiar wykraczający daleko poza te sytuacje. Przypominajmy uczniom i sobie, że wiele decyzji, które wpływają na ich lub naszą przyszłość, podejmowanych jest bez udziału świadomości.

Żartobliwą, ale jednocześnie poważną metaforą ukazującą znaczenie decyzji związanych z natychmiastową gratyfikacją, jest słynny test słodkiej pianki (*marshmallow experiment*), którego przebieg można obejrzeć w internecie i porozmawiać z uczniami, wcześniej stawiając ich w analogicznej sytuacji.

Warto zainteresować się zastosowaniem wniosków z tego eksperymentu, gdyż wiążą się one z tematem kolejnego zeszytu tego zestawu.

Bibliografia

Kahneman D., (2012), *Pułapki myślenia*, Poznań: Media Rodzina.

Lech J., Pisarski M., Braun M., (2017), *Matematyka VII. Zbiór zadań*, Gdańsk: GWO.

Math Warehouse [online, dostęp dn. 20.10.2017].

McGuire J.T., Botvinick M.M., (2010), *Prefrontal Cortex,Cognitive Control i the Registration of Decision Costs,* „PNAS" nr 107 (17), s. 7922–7926.

Zawadowski W., Bauersfeld H., (1987), *Metafory i metonimie w nauczaniu matematyki*, „Dydaktyka matematyki" 8.

Spis ilustracji

Rys. 1. Podział systemów decyzyjnych wg D. Kahnemana 4

Rys. 2. Przykład złudzenia optycznego 9

Rys. 3. Przykład plakatu tunelującego 15

Rys. 4. Etapy procesu decyzyjnego 17

Rys. 5. Przykład labiryntu 20