

EDUKACJA MATEMATYCZNA

skuteczna, przyjazna dziecku i nauczycielowi.

O edukacji matematycznej w nowej podstawie programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w szkole podstawowej

Dr Małgorzata Skura

Adiunkt w Akademii Pedagogiki Specjalnej w Warszawie, Katedra Pedagogiki Małego Dziecka.

Michał Lisicki

Wykładowca w Akademii Pedagogiki Specjalnej w Warszawie, Katedra Pedagogiki Małego Dziecka.

Studenci psychologii zapytani o to kim jest humanista, odpowiedzieli, że jest to osoba, która nie rozumie matematyki¹. Przez uczniów matematyka zaliczana jest do najtrudniejszych przedmiotów. Dlatego tyle obaw budzi jako przedmiot obowiązkowy na egzaminie maturalnym. Wśród rodziców, a nie rzadko i nauczycieli, panuje przekonanie, że trudności z uczeniem się matematyki są czymś normalnym, powszechnym.

Edukacja skuteczna, przyjazna i nowoczesna – to hasło, pod którym wprowadzane są od roku szkolnego 2009/2010 zmiany w polskim systemie edukacji. Parafrazując to hasło, powiemy: **edukacja matematyczna skuteczna, przyjazna i... niekoniecznie nowoczesna**. Wszyscy chcemy, aby przedszkole i szkoła były dla dziecka przyjazne, aby skutecznie pomagały mu się uczyć. Nasze wątpliwości budzi jednak postulat nowoczesnej edukacji matematycznej. Chętnie sięgamy do starych, sprawdzonych rozwiązań metodycznych. Podoba nam się w nich przede wszystkim ich prostota, troska o rozwój dziecięcych rozumowań, a jednocześnie respektowanie specyfiki tych rozumowań.

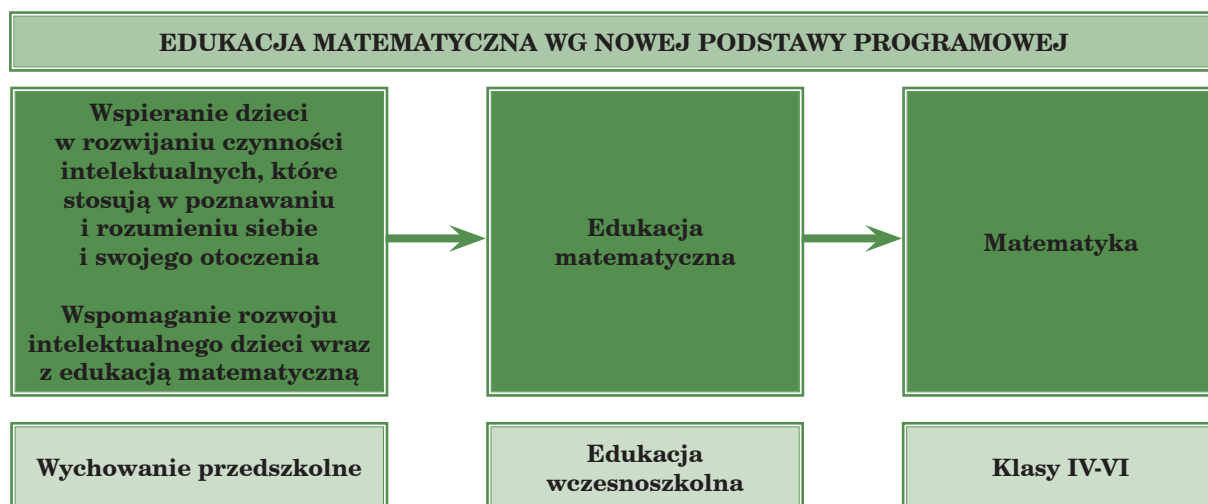
Szkoła, przedszkole mają dbać o **harmonijny rozwój dziecka**², mieć na uwadze jego rozwój intelektualny, społeczny, emocjonalny, fizyczny. Edukacji matematycznej najczęściej przypisuje się oddziaływanie na rozwój intelektualny. Czy słusznie? Naszym zdaniem, nie do końca. Dobre funkcjonowanie człowieka opiera się bowiem na czterech filarach – rozwoju umysłowym, emocjonalnym, społecznym oraz fizycznym. Solidnie i stabilnie można stać tylko na zrównoważonych filarach. Dziecku do uczenia się matematyki potrzebny jest odpowiedni poziom rozwoju intelektualnego, ale niezbędny jest mu także dobry poziom funkcjonowania emocjonalnego i społeczne-

¹ T. Witkowski, *Zakazana psychologia*, t. 1, Moderator, 2009, s. 38.

² Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych, załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 2009 r., Nr 4, poz. 17).

go. Nie zapominajmy o rozwoju fizycznym. Tym bardziej, że rozwój dziecka w wieku przedszkolnym określa się jako rozwój psychoruchowy, podkreślając powiązanie pomiędzy rozwojem umysłowym a rozwojem fizycznym.

Podstawa programowa to zapis tego, czego państwo zobowiązuje się nauczyć przeciętnie uzdolnionego ucznia. Jest ona napisana **językiem wymagań i oczekiwań**. Wymaga się od nauczyciela zorganizowania dzieciom określonych doświadczeń i oczekuje się, że dzieci w takiej sytuacji nauczą się określonych umiejętności i przyswoją określone wiadomości. Obowiązkiem nauczyciela jest realizacja wszystkich treści zapisanych w podstawie programowej. Treści te są rozszerzone w programie wychowania przedszkolnego lub nauczania, który nauczyciel wybierze do realizacji. Pokażemy to na przykładzie. W podstawie programowej wychowania przedszkolnego w obszarze „Wspomaganie rozwoju intelektualnego dzieci wraz z edukacją matematyczną” zapisano, że „dziecko kończące przedszkole i rozpoczynające naukę w szkole podstawowej liczy obiekty i rozróżnia błędne liczenie od poprawnego”³. Oznacza to, że zadaniem nauczyciela w przedszkolu, zarówno w grupach młodszych, jak i starszych przedszkolaków, jest organizowanie dzieciom doświadczeń w liczeniu. Dzieci poznają zasady obowiązujące przy liczeniu, np. to, że obowiązuje zasada jeden do jednego (jeden gest i jeden wypowiedziany liczebnik), że ostatni wypowiedziany liczebnik pełni podwójną rolę – wskazuje na to, ile jest policzonych obiektów oraz na miejsce ostatniego obiektu w szeregu. Oczekuje się, że dzięki takim doświadczeniom dziecko nauczy się rozumnie przeliczać elementy, czego efektem będzie to, że odróżni błędne liczenie od poprawnego. W podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych czytamy, że dziecko, które kończy naukę w klasie I, sprawnie liczy obiekty (dostrzega regularności dziesiętkowego systemu liczenia), wymienia kolejne liczebniki od wybranej liczby, także wstecz (zakres do 20)”⁴. Oznacza to, że nauczyciel w klasie I musi zorganizować dzieciom doświadczenia związane z liczeniem, zwracając uwagę na dostrzeganie regularności dziesiętkowego systemu liczenia oraz liczenie od dowolnej liczby. Oczekuje się, że uczeń kończący klasę I opanuje te umiejętności. Założeniem zmian wprowadzonych od września 2009 r. jest ciągłość kształcenia:



³ Podstawa programowa wychowania przedszkolnego dla przedszkoli, oddziałów przedszkolnych w szkołach podstawowych oraz innych form wychowania przedszkolnego, załącznik nr 1 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 2009 r., Nr 4, poz. 17).

⁴ Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych, załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 2009 r., Nr 4, poz. 17).

Podstawa programowa kształcenia ogólnego wymienia najważniejsze umiejętności zdobywane przez ucznia w szkole⁵. Jest to **katalog kluczowych kompetencji** rozwijanych na każdym szczeblu edukacji (od przedszkola po szkoły ponadgimnazjalne), na wszystkich przedmiotach i we wszystkich obszarach. W związku z tym odnoszą się one też do edukacji matematycznej. Omówimy je pokrótce:

- **czytanie** – dziecko poznaje symbole języka matematyki, odczytuje sekwencje rytmiczne, czyta treści zadań;
- **myślenie matematyczne** – w przedszkolu i w pierwszych miesiącach nauki w klasie I w centrum uwagi nauczyciela jest wspomaganie rozwoju czynności umysłowych ważnych dla uczenia się matematyki;
- **myślenie naukowe** – to umiejętność wyciągania wniosków z istniejących przesłanek, przewidywanie skutków własnej aktywności. Dziecko, rozwiązując zadania matematyczne niewątpliwie stosuje tego typu wnioskowanie;
- **umiejętność komunikowania się** – to wielka sztuka. Wymaga obdarzenia uwagą oraz uważnego słuchania, posługiwania się zrozumiałym dla obu stron językiem. W matematyce rozmowa nauczyciela z uczniem, dorosłego z dzieckiem odbywa się za pomocą słów, gestów, mimiki, ruchu, przedmiotów, dźwięków;
- **umiejętność posługiwania się nowoczesnymi technologiami komunikacyjnymi** – w dzisiejszych czasach, żeby dobrze się komunikować, trzeba sprawnie posługiwać się nowoczesnymi technologiami informacyjnymi. Człowiek musi wiedzieć, jakich informacji potrzebuje, jak je zdobyć i jak z nich skorzystać. Ważna jest umiejętność zadawania pytań;
- **umiejętność uczenia się** – charakter zmian cywilizacyjnych rodzi konieczność ciągłego uczenia się nowych umiejętności. Człowiek ma być w swoim funkcjonowaniu elastyczny, umieć dostosować się do nowych warunków. W bardzo wyraźnej sprzeczności z tym postulatem pozostaje powszechny w Polsce model nauczania (także matematyki). Nauczanie matematyki często ogranicza się do dania dziecku pewnych algorytmów postępowania, bez zrozumienia dlaczego ma robić tak, a nie inaczej. Prowadzi to często do bezmyślnego podejścia do zadań matematycznych. Kiedy dziecku brakuje przepisu na rozwiązanie, zaczyna się ono gubić, a w konsekwencji poddaje się. Cenniejsze są własne doświadczenia i próby znalezienia rozwiązania, nawet gdy prowadzą na manowce;
- **umiejętność pracy zespołowej** – dziecko skuteczniej się uczy, gdy uczy się w grupie. Jest wtedy pozytywnie wzmacniane, rozmawia na „swoim” poziomie, nazywa doświadczenia, śmiało stawia pytania. Bywa, że kiedy nauczyciel poddaje się w próbach wytłumaczenia dziecku jakiegoś zadania, skuteczniejsze w tej dziedzinie okazuje się inne dziecko.

W uwagach dotyczących zalecanych warunków i sposobu realizacji treści programowych dla pierwszego etapu edukacyjnego w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych czytamy: „W pierwszych miesiącach nauki w centrum uwagi jest wspomaganie rozwoju czynności umysłowych ważnych dla uczenia się matematyki. Dominującą formą zajęć są w tym czasie zabawy, gry i sytuacje zadaniowe, w których dzieci manipulują specjalnie dobranymi przedmiotami, np. liczmanami. Następnie dba się o budowanie w umysłach dzieci pojęć liczbowych i sprawności ra-

⁵ Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych, załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 2009 r., Nr 4, poz. 17).

chunkowych na sposób szkolny”.⁶ **Wspomaganie rozwoju umysłowego dzieci** zajmuje też ważne miejsce na zajęciach z edukacji matematycznej w przedszkolu.

Nauczyciel, zarówno w szkole, jak i w przedszkolu, organizuje dzieciom doświadczenia z zakresu:

- dostrzegania, kontynuowania i przekładania układów rytmicznych,
- orientowania się w przestrzeni,
- klasyfikowania,
- myślenia przyczynowo-skutkowego, wnioskowania o przekształceniach,
- wspomaganie rozwoju operacyjnego rozumowania,
- liczenia i rachowania.

Krótko scharakteryzujemy każdy z wymienionych zakresów wspomaganie rozwoju umysłowego. Więcej informacji nauczyciel znajdzie w publikacjach, które podajemy na końcu tekstu.

Rytmy regulują proces uczenia się. Człowiek rejestruje to, co się powtarza – im regularniej i częściej, tym lepiej. Rytm leży u podstaw intuicji matematycznych. Kryje się w liczeniu, w dziesiątkowym systemie uporządkowania liczb, w wielokrotnościach liczb, w mnożeniu, w miarach, a także w geometrii – rysując prostokąt, dziecko zauważa porządek: krótszy bok, dłuższy, krótszy, dłuższy.

W proponowanych przez nauczyciela zadaniach dzieci dostrzegają sekwencje rytmiczne, kontynuują je, a także przekładają z jednej reprezentacji na inną. Rytm, który widzą przekładają na dźwięk, dźwięki na układy z przedmiotów (czyli na to, co widzą). Mogą też rytm wyrażony ruchem przełożyć na układ z dźwięków lub z przedmiotów (albo rytm z dźwięków czy z przedmiotów na rytm wyrażony ruchem). Dziecko, które kończy naukę w klasie I „kontynuuje regularny wzór (np. szlaczek)”.⁷

Odpowiedni poziom rozwoju **orientacji w przestrzeni** pomaga dziecku w skutecznym nauczaniu się **czytania i pisania** (piszemy i czytamy od lewej strony do prawej, nauczyciel podaje wzory na pisanie liter – „b” ma brzusek z prawej strony kreski, a „d” z lewej), **matematyki** (kierunek zapisu działań matematycznych, geometria), a potem **geografii, chemii czy fizyki**. Rozwijanie u dzieci umiejętności orientowania się w przestrzeni nauczyciel zaczyna od kształtowania świadomości własnego ciała. Dzieci wskazują i nazywają części swojego ciała. Potem **wyprowadzają i określają kierunki w przestrzeni od osi własnego ciała**. Ustalają **położenie obiektów względem siebie**. Kiedy radzą sobie z **wyznaczaniem kierunków „od siebie”**, nauczyciel organizuje zajęcia związane z **rozpatrywaniem otoczenia z punktu widzenia drugiej osoby**. Wymaga to przełożenia schematu własnego ciała na drugiego człowieka. Nauczyciel kolejno wdraża dzieci do określania miejsca różnych obiektów w przestrzeni, wyprowadzania kierunków od nich oraz określania ich wzajemnego położenia. Orientowanie się w takich sytuacjach jest trudne, nawet dla dorosłych. Przedmioty dzielą się bowiem na dwie kategorie:

- 1) te, które mają zaznaczony przód i tył, a więc „odgórnie” przypisaną lewą i prawą stronę. Do tej grupy należy krzesło, telewizor, lodówka, szafa;
- 2) te, które nie mają zaznaczonego przodu i tyłu, np. zwykły stolik, stołeczek, piłka.

⁶ Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych, załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 2009 r., Nr 4, poz. 17).

⁷ tamże

Przedmiotom z drugiej grupy to my nadajemy kierunki, przenosząc na nie schemat naszego ciała. Po takich doświadczeniach nauczyciel pomaga dzieciom w orientowaniu się na kartce papieru. Ważne – nie na rysunkach, które na tej kartce się znajdują, ale na samej kartce. Na kartce dzieci wyróżniają górę i dół, prawą i lewą stronę. Podobnie jak w przypadku drugiej osoby czy przedmiotów, przenoszą na kartkę schemat własnego ciała. W rezultacie, kończąc naukę w klasie I, dziecko „wyprowadza kierunki od siebie i innych osób; określa położenie obiektów względem obranego obiektu; orientuje się na kartce papieru, aby odnajdować informacje (np. w lewym górnym rogu) i rysować strzałki we właściwym kierunku”⁸.

Klasyfikacja to czynności umysłowe pozwalające człowiekowi porządkować i nazywać to, co go otacza. Klasyfikacją jest też **definiowanie**. Zwykle dorośli utożsamiają klasyfikowanie tylko z **segregowaniem**, czyli z rozdzielaniem obiektów z uwzględnieniem wybranej cechy. To nie wystarczy. Trzeba jeszcze słowami określić obiekt, wyróżnić jego ważne cechy, czyli zdefiniować. Na zajęciach z młodszymi przedszkolakami nauczyciel łączy przedmioty **w pary**: marchewka pasuje do marchewki, a kubek do kubka. Potem dzieci dobierają objekty w pary funkcyjne: rękawiczka pasuje do ręki, buty do nogi, pies do budy. Budują **łańcuszki**, czyli szeregi złożone z wielu par – to sposób porządkowania świata, który zadziwia dorosłego. Dziecko ogląda obrazki i porządkuje je na przykład tak: pies, kot, słońce, chłopiec, drzewo, latawiec. Te obrazki do siebie pasują, gdyż: Pies Burek i kot Leon razem z Jasiem (tak ma na imię chłopiec z obrazka) poszli do parku. Świeciło wtedy słońce. Jaś puszczał latawca, a pies biegał. Kot usiadł pod ławką. Oto **łańcuszek**.

W grupach starszych przedszkolaków nauczyciel organizuje zabawy, w czasie których dzieci tworzą **kolekcje**, czyli porządkują elementy według jednej cechy, np. koloru, kształtu, wielkości, grubości. Dzieci tworzą kolekcje i gromadzone w ten sposób doświadczenia pozwalają im segregować przedmioty na wiele sposobów – najpierw według kształtu, za moment koloru, a na koniec przeznaczenia. Gdy podejmą decyzję, jak będą klasyfikować, to kierują się nią, aż rozdziela wszystkie przedmioty. Charakteryzując przedmioty, biorą pod uwagę te cechy, które uwzględniły przy segregowaniu. Coraz lepiej radzą sobie z tworzeniem zbiorów. Potrafią segregować objekty, uwzględniając kilka ich cech, np. kolor i kształt.

Sprawne klasyfikowanie jest niezbędne do tworzenia w umysłach pojęć, pomaga w rozumieniu rzeczywistości, w porozumiewaniu się z innymi. Na koniec nauki w klasie I dziecko „tworzy kolekcje np. zwierzęta, zabawki, rzeczy do ubrania”⁹.

Działania człowieka wywołują zmiany. Niektóre z nich da się odwrócić, inne nie, a jeszcze inne da się odwrócić nie do końca. Wnioskowanie o takich zmianach wymaga zastosowania **rozumowania przyczynowo-skutkowego**, czyli przewidywania skutków wykonywanych czynności oraz poszukiwania przyczyn tych zmian. Sprawne stosowanie takich rozumowań przydaje się w wielu sytuacjach życiowych, a także w rozwiązywaniu problemów matematycznych. Dzieci zaczną przewidywać skutki wprowadzanych zmian, jeżeli te zmiany będą same realizowały, manipulując przedmiotami i rozmawiając o tym, co i jak się zmieniło. Myślenie przyczynowo-skutkowe potrzebne jest też do tego, aby dzieci przewidywały efekt dodawania i odejmowania, rozumiały sens nierówności. Na koniec klasy I dziecko „radzi sobie

⁸ tamże

⁹ tamże

w sytuacjach życiowych, których pomyślne zakończenie wymaga dodawania lub odejmowania”¹⁰. Do tego niezbędny jest dobry poziom rozwoju myślenia przyczynowo-skutkowego.

Dziecku dla zrozumienia aspektu kardynalnego liczby naturalnej potrzebna jest **umiejętność porównywania liczebności dwóch i więcej zbiorów oraz wnioskowania o stałości liczby elementów w zbiorze pomimo obserwowanych zmian w układzie tych elementów (stałość liczby)**. Dla małych dzieci jest ważne to, co spostrzegają – przedmioty zajmują większą powierzchnię, jest ich więc więcej (są większe, rozsunięte). Przy określaniu „więcej/mniej” dla dzieci ważniejsza jest wielkość powierzchni, jaką one zajmują, niż wynik liczenia. W miarę gromadzenia doświadczeń związanych z manipulowaniem przedmiotami oraz liczeniem dzieci zaczynają doznawać **konfliktu pomiędzy tym, co widzą a efektem liczenia**. Dlatego wciąż się upewniają – przeliczają, przestawiają obiekty. Kolejne doświadczenia z wielokrotnym przeliczaniem i obserwowaniem zmian w układzie przedmiotów powodują, że dzieci w końcu zaczynają rozumieć, że **zmiany w układzie obiektów nie mają wpływu na ich liczebność w porównywanych zbiorach**.

Liczebność zbiorów można porównać na dwa sposoby: przez przeliczenie elementów każdego zbioru i porównanie wyników, albo przez ustawienie obiektów w pary. Stosując pierwszy sposób, dzieci nie mogą mieć wątpliwości co do tego, że ostatni z wymienianych liczebników określa liczebność każdego rozpatrywanego zbioru. Muszą zapamiętać ostatnie wymieniane liczebniki, a potem – już bez liczenia – porównać je i zdecydować: w porównywanych zbiorach jest tyle samo elementów lub w jednym jest ich więcej, a w drugim mniej. Przy ustalaniu równoliczności poprzez ustawianie w pary dzieci muszą być przekonane, że zmiana układu elementów (przesunięcie ich, położenie jednego na drugim itp.) nie ma wpływu na ich liczebność.

Do pojęcia aspektu porządkowego liczby naturalnej niezbędne jest rozumowanie, które pozwala dzieciom **porządkować elementy w serie** według określonej narastającej lub malejącej cechy oraz określać miejsce danego elementu w takiej serii. Nauczyciel organizuje dzieciom doświadczenia w ustawianiu obiektów w rzędzie lub szeregu, numerowaniu ich, określaniu miejsca wybranego obiektu w tak uporządkowanych szeregach.

Na koniec klasy I uczeń „ustala równoliczność mimo obserwowanych zmian w układzie elementów w porównywanych zbiorach, (...) układa obiekty (np. patyczki) w serie rosnące i malejące, numeruje je; wybiera obiekt w takiej serii, określa następnego i poprzedniego”¹¹.

Przeliczanie obiektów jest jednym z pierwszych sposobów, jakie dziecko stosuje do porządkowania tego, co się wokół niego znajduje. Liczenie wywodzi się z rytmów i gestu wskazywania. Doświadczenia w liczeniu powodują, że dzieci posługują się coraz bogatszym zakresem liczebników i zaczynają orientować się, że licząc, należy wymieniać liczebniki w stałej kolejności. Przestrzegają reguły **jeden do jednego**: jeden gest – jeden wskazywany obiekt – jeden wypowiedziany liczebnik. Przekonują się do tego, że **da się policzyć razem różne jakościowo obiekty**.

¹⁰ tamże

¹¹ tamże

Kolejna reguła związana z liczeniem, którą dzieci muszą zrozumieć, związana jest z **kierunkiem liczenia** – ułożone w szeregu obiekty można liczyć od lewej strony do prawej, od prawej do lewej, a także zaczynając z dowolnego miejsca. Ważne, aby policzyć wszystkie obiekty, żadnego nie pominać, żadnego też nie policzyć podwójnie.

Dopiero około siódmego roku życia dzieci zaczynają rozumieć, że **liczebnik wymieniony na końcu liczenia ma podwójne znaczenie**: określa właśnie ten ostatni liczony obiekt, ale też wskazuje na to, ile jest wszystkich razem. Stosują przy liczeniu wszystkie poznane reguły i rozróżniają błędne liczenie od poprawnego. Na koniec klasy I uczeń „sprawnie liczy obiekty (dostrzega regularności dziesiętkowego systemu liczenia), wymienia kolejne liczebniki od wybranej liczby, także wspak (zakres do 20); zapisuje liczby cyframi (zakres do 10)”¹².

Dzieci bardzo wcześnie interesują się **zmianami typu dodać–odjąć**. Młodsze przedszkolaki, gdy widzą, że ktoś dołożył, dosunął, dorzucił obiekty, stwierdzają: *Dużo!* Jeżeli zaś ktoś odjął, odłożył, odsunął, wyjął obiekty, wołają: *M mało!* Oceniają „na oko”, widzą, że czegoś przybyło, ubyło, jest więcej czy mniej. Wraz z rozwojem umiejętności liczenia dzieciom przestaje wystarczać do rachowania ocena na oko. Po każdej zmianie typu *dodać–odjąć chcą policzyć przedmioty*, żeby ustalić, ile ich teraz jest. Gromadzą kolejne doświadczenia w liczeniu, liczą coraz bardziej precyzyjnie, lepiej więc też oceniają wynik dodawania i odejmowania. W uczeniu się rachowania ogromną rolę odgrywa dodawanie i odejmowanie na **palcach**. Palce dzieci traktują jako coś, co zastępuje obiekty, których nie widzą. Rachowanie na palcach pozwala przyjaźnie przejść z dodawania i odejmowania na konkretach na poziom rachowania w pamięci. Do rachowania na zbiorach zastępczych czy konkretach dziecko powraca, gdy musi dodać lub odjąć większe liczby. W zakresie rachowania na koniec klasy I uczeń „wyznacza sumy (dodaje) i różnice (odejmuje), manipulując obiektami lub rachując na zbiorach zastępczych, np. na palcach; sprawnie dodaje i odejmuje w zakresie do 10, poprawnie zapisuje te działania”¹³.

W przedszkolu, a następnie w szkole, nauczyciel organizuje też dzieciom doświadczenia związane z **posługiwaniem się miarami**. Dzieci mierzą długość, wysokość i odległość, ważą, posługują się miarami pojemności. Nauczyciel organizuje doświadczenia z zakresu:

- **mierzenia długości**: dzieci mierzą długość własnym ciałem (krokami, stopa za stopą, łokciem, długością palca), a potem miarkami (sznurkiem, patykiem). Miarkę dobierają do mierzonego obiektu. Żeby rozwiązać szkolne zadania związane z mierzeniem długości i przekształceniami z tym związanymi, dzieci muszą być przekonane o stałości długości, czyli o tym, że przekształcenia są odwracalne;
- **określenia ilości tworzywa**: w przedszkolu dzieci лепią figurki z plasteliny, masy solnej, modeliny, gliny. W ten sposób zbierają doświadczenia związane z ilością tworzywa. Zaczynają mieć świadomość stałości tworzywa – z kulki z plasteliny mogą zrobić placek, a z placka znowu kulkę. W takiej kulce i placku jest tyle samo plasteliny. Doświadczenia tego typu pozwalają dziecku rozumieć, że dla określenia ilości można ją mierzyć, a także dodawać i odejmować takie wielkości;

¹² tamże

¹³ tamże

- **określenia ilości płynów:** dzieci nalewają wodę do różnych naczyń. Potem tę wodę przelewają do naczyń o innym kształcie, innej pojemności. Tego typu doświadczenia pozwalają dzieciom dojść do przekonania o stałości ilości płynów;
- **określenia ciężaru obiektów:** dzieci ważą, w przedszkolu głównie posługują się wagą szalkową. To pozwala rozumieć im sens ważenia. Porównują ciężar obiektów najpierw „na oko”, a potem za pomocą wagi. Używają odważników – klocków, a potem większych klocków i mniejszych fasolek.

Tego typu doświadczenia pozwalają zgromadzić wiedzę na temat różnych miar i dają umiejętność posługiwania się nimi, czego rezultatem jest na koniec nauki w klasie I znajomość „pomiaru:

- a) długości: mierzy długość, posługując się np. linijką; porównuje długości obiektów,
- b) ciężaru: potrafi ważyć przedmioty; różnicuje przedmioty cięższe, lżejsze; wie, że towar w sklepie jest pakowany według wagi,
- c) płynów: odmierza płyny kubkiem i miarką litrową”¹⁴.

Przy układaniu i rozwiązywaniu zadań trzeba zadbać o **wstępną matematyzację**. Dzieci powinny rozwiązywać zadania matematyczne najpierw manipulując przedmiotami lub obiektami zastępczymi, a potem dopiero zapisując rozwiązanie.

Podstawa programowa ogranicza czas pracy dzieci z papierowymi pomocami na zajęciach z edukacji matematycznej. Nauczyciel może przeznaczyć na pracę z zeszytami ćwiczeń, kartami pracy maksymalnie 1/4 czasu poświęconego edukacji matematycznej w klasie I. W przedszkolu sugeruje się, aby ta forma pracy była jeszcze bardziej ograniczona. Dominującą formą zajęć mają być zabawy, gry i zajęcia oparte na manipulowaniu przedmiotami.

W jaki sposób uczynić edukację matematyczną skuteczną i przyjazną dla dziecka i dla nauczyciela? Te dwie cechy – skuteczność i przyjazność – wzajemnie się ze sobą przeplatają. Edukacja przyjazna wydaje się być skuteczną. Przyjazną matematykę można poznać po efektach – dziecko lubi zajęcia matematyczne, chętnie w nich uczestniczy, sprawiają mu one przyjemność. Jest tak wtedy, gdy zajęcia są oparte na zabawie, proponują różnorodną aktywność, wiele się na nich dzieje. Z punktu widzenia dorosłego przyjazna dziecku edukacja matematyczna to taka, która przynosi zamierzone efekty, a więc jest skuteczna – dziecko zdobywa nowe umiejętności i wiadomości. Edukacja matematyczna przyniesie zamierzone efekty wtedy, gdy będzie przyjazna dziecięcemu sposobowi rozumowania, czyli w przypadku dziecka w wieku przedszkolnym czy wczesnoszkolnym oparta przede wszystkim na jego własnej aktywności, manipulowaniu przedmiotami, zabawie. Przyjazna edukacja to też taka, która respektuje prawidłowości rozwoju dziecięcego rozumowania, a jednocześnie jest dostosowana do aktualnego poziomu rozwoju konkretnego przedszkolaka. Daje dziecku odpowiednią porcję dobrze dobranych doświadczeń. Ważne jest, jakie są to doświadczenia, ile ich jest i jak często są dziecku dawkiowane. Edukacja matematyczna przyjazna dla nauczyciela, to taka która posługuje się metodami nauczania, w których stosowaniu pedagog dobrze się czuje, chętnie je stosuje, rozumie i utożsamia się z ideami, na których one się opierają, ma jasną i czytelną „instrukcję obsługi”.

Przyjazna i skuteczna edukacja matematyczna powinna łączyć oczekiwania dzieci i dorosłych.

¹⁴ tamże

Zapraszamy też na stronę internetową: www.berdo.org/czytelnia oraz do kontaktu z nami: berdo@berdo.edu.pl

Osoby, które chcą dokładniej poznać zasady organizowania dzieciom przyjaznej edukacji matematycznej, zachęcamy do zapoznania się z następującymi publikacjami¹⁵:

1. Gruszczyk-Kolczyńska E. *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 1994 r.
2. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa 1997.
3. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Dziecięca matematyka. Edukacja matematyczna w domu, w przedszkolu i w szkole. Pomoce do zajęć (wraz z instrukcją)*, WSiP, Warszawa 1997.
4. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Dziecięca matematyka. Program dla przedszkoli, klas zerowych i placówek integracyjnych* (numer dopuszczenia do użytku szkolnego DKW – 413-5/01), WSiP, Warszawa 1999.
5. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Dziecięca matematyka. Metodyka i scenariusze zajęć z sześciolatkami w przedszkolu, w szkole i w placówkach integracyjnych*, WSiP, Warszawa 2000.
6. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Wspomaganie rozwoju umysłowego trzylatków i dzieci starszych wolniej rozwijających się. Książka dla rodziców, terapeutów i nauczycielek przedszkola*, WSiP, Warszawa 2000.
7. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Program wspomaganie rozwoju, wychowania i edukacji starszych przedszkolaków. Cele i treści kształcenia oraz komentarze psychologiczne i pedagogiczne*, Nowa Era, Warszawa 2007.
8. Gruszczyk-Kolczyńska E., Skura M. *Skarbiec matematyczny. Poradnik metodyczny. Klasa 0 i klasy I - III*, Nowa Era, Warszawa 2005.
9. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Wspomaganie rozwoju umysłowego czterolatków i pięciolatków. Książka dla rodziców, terapeutów i nauczycieli przedszkola*, WSiP, Warszawa 2004.
10. Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E. *Zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze dla dzieci, które rozpoczną naukę w szkole. Podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz zabawy i sytuacje zadaniowe sprzyjające intensywnemu wspomaganie rozwoju umysłowego i kształtowaniu ważnych umiejętności*, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa 2009.
11. Kupisiewicz M. *Edukacja ekonomiczna dzieci. Z badań nad rozumieniem wartości pieniędza i obliczeniami pieniężnymi*, Wydawnictwo APS, Warszawa 2004.
12. Skura M. *Dziecięce strategie rozwiązywania zadań matematycznych w przedszkolu i w pierwszych latach nauczania szkolnego. Od sytuacji życiowych, których pomyślne zakończenie wymaga liczenia do szkolnych zadań tekstowych*, Nowa Era, Warszawa 2008.
13. Skura M., Lisicki M., *Jak nie zatruć się pedagogicznym zakalcem*, [w:] „Życie Szkoły”, 2008, nr 4.
14. Skura M., Lisicki M., *Przepis na sukces pedagogiczny*, [w:] „Wychowanie w Przedszkolu”, 2008, nr 5, s. 27-29.
15. Swoboda E., *Przestrzeń, regularności geometryczne i kształty w uczeniu i nauczaniu dzieci*, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów 2006.
16. Swoboda E., Gunčaga J. (red), *Dziecko i matematyka. Wspieranie niezależnego myślenia przez edukację matematyczną*, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów 2009.
17. *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi w domu, w przedszkolu i w szkole. Książka dla nauczycieli i rodziców*, E. Gruszczyk-Kolczyńska (red.), Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa 2009.

¹⁵ Z publikacji tych korzystaliśmy przy przygotowaniu tekstu.