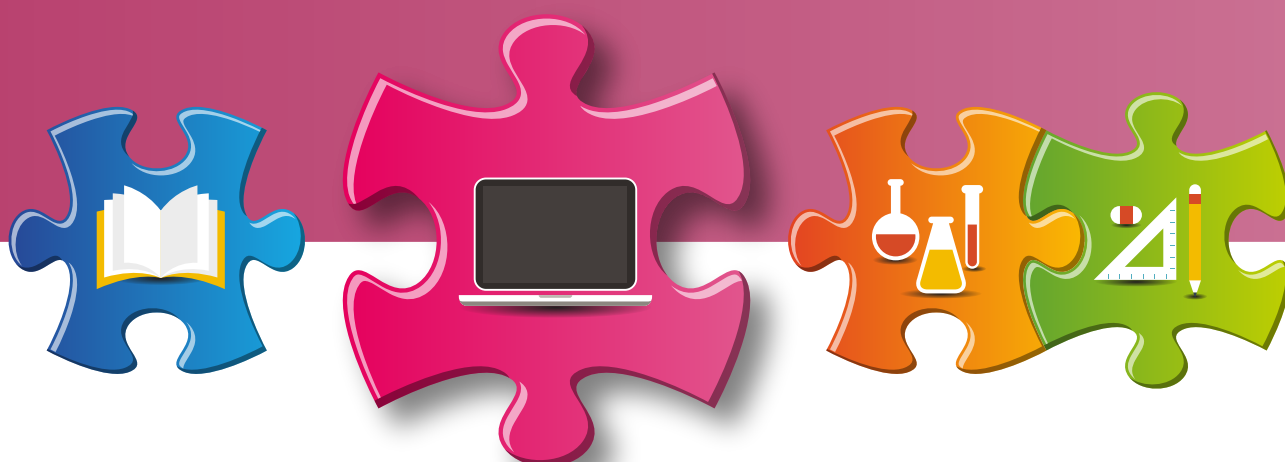


Jacek Stańdo
Monika Spławska-Murmyło

Problemy matematyczne ułatwiające tworzenie zaawansowanych algorytmów w klasach IV–VIII szkoły podstawowej

- ✓ Działania na zbiorach
- ✓ Zasada wielokrotności i aproksymacja
- ✓ Rekurencja
- ✓ Zdarzenia losowe



Redakcja językowa i korekta
Anna Wawryszuk

Projekt graficzny, projekt okładki
Wojciech Romerowicz, ORE

Skład i redakcja techniczna
Grzegorz Dębiński

Projekt motywu graficznego „Skoły ćwiczeń”
Aneta Witecka

ISBN 978-83-65890-47-4 (Zestawy materiałów dla nauczycieli szkół ćwiczeń – informatyka)

ISBN 978-83-65890-76-4 (Zestaw 7. Rozwój myślenia komputacyjnego w klasach IV–VIII szkoły podstawowej)

ISBN 978-83-65890-94-8 (Zeszyt 4. Problemy matematyczne ułatwiające tworzenie zaawansowanych algorytmów w klasach IV–VIII szkoły podstawowej)

Warszawa 2017
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie niekomercyjne 3.0 Polska (CC-BY-NC).

Wstęp

Ze względu na korelację treści dotyczących myślenia komputacyjnego, w tym tworzenia algorytmów i programowania, z treściami matematycznymi, kurs programowania powinien być wsparty ćwiczeniami z zakresu matematyki. Może się to odbywać na zajęciach informatycznych lub matematycznych, np. w ramach współpracy nauczycielskiej. Na szczególną uwagę zasługują te problemy, które ułatwiają zrozumienie i opracowywanie algorytmów złożonych. W praktyce bowiem uczniowie dość szybko uczą się podstawowych struktur algorytmicznych, tj. pętli czy instrukcji warunkowych, ale mają trudności z kluczowymi z punktu widzenia tworzenia zaawansowanych struktur procedurami optymalizacji rozwiązań (czyli także algorytmu i kodu).

Dlatego w Zeszyte 4 Zestawu 8 prezentujemy podstawową wiedzę z obszarów matematycznych ułatwiających tworzenie algorytmów (m.in. działania na zbiorach, logika, wyliczenia ekstremum funkcji, aproksymacja, statystyka). W niniejszym zeszycie proponujemy natomiast przykłady ćwiczeń dostosowanych dla uczniów II etapu edukacyjnego rozwijających opisane w Zeszyte 4 Zestawu 8 zagadnienia. Poniższe ćwiczenia można według potrzeb dowolnie rozwinąć i opracować na ich podstawie projekt sytuacji edukacyjnej, omawianej w Zeszyte 1 Zestawu 7.

Ćwiczenia

Zadanie 1

Zagadnienie: Działanie na zbiorach

W klasie sportowej uczniowie trenują dwie dyscypliny: koszykówkę i tenis stołowy. Koszykówkę trenuje dwanaście uczniów, a tenis stołowy – pięć. Czy klasa liczy siedemnaście uczniów?

Przed podaniem treści problemu nauczyciel prosi uczniów o wykonanie prostych działań na liczbach:

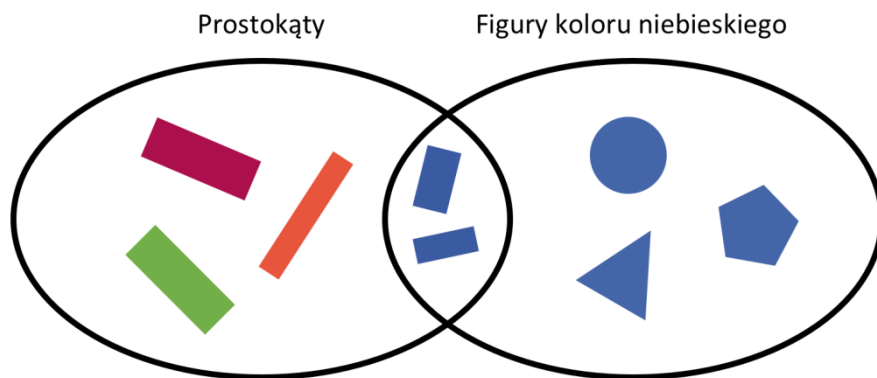
dwanaście plus cztery równa się
piętnaście plus siedem równa się
dwanaście plus pięć równa się

Niestety, uczniowie często utożsamiają dodawanie liczb i dodawanie (sumę) zbiorów. Ważne jest, aby dostrzegli, że suma zbiorów to nie to samo co suma liczb.

Warto przedstawić interpretację geometryczną sumy zbiorów.

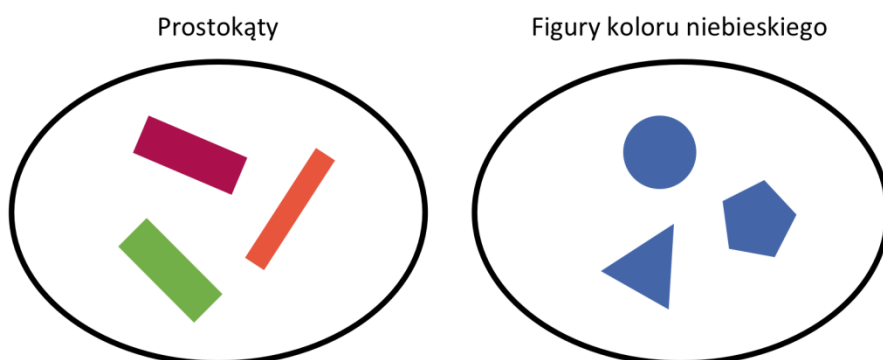
Mamy pięć prostokątów, sześć figur w kolorze niebieskim. Wszystkich figur jest dziewięć.

Pięć plus sześć nie równa się dziewięć



Nauczyciel stawia pytanie: Jakie dodatkowe warunki muszą być spełnione, aby klasa liczyła siedemnaście uczniów?

Przewidywana odpowiedź: Jeśli nie ma ucznia, który trenuje i siatkówkę, i tenis stołowy.



Prezentacja graficzna na obiektach abstrakcyjnych. Mamy 3 prostokąty, 4 figury w kolorze niebieskim. Wszystkich figur jest siedem. Nie mamy prostokąta w kolorze niebieskim. Część wspólna jest zbiorem pustym.

Warto wprowadzić uczniów w środowisko serwisu internetowego [Wolfram Alpha](https://www.wolframalpha.com). Jest to strona internetowa stworzona przez amerykański koncern Wolfram Alpha LCC. Wykonuje ona obliczenia matematyczne, rozwiązuje równania, podaje odpowiedzi na pytania (należy je zadać w języku angielskim), przedstawia dane statystyczne itp.

Ćwiczenie

Stosując funkcję Plus, oblicz trzy plus cztery

Rozwiązanie

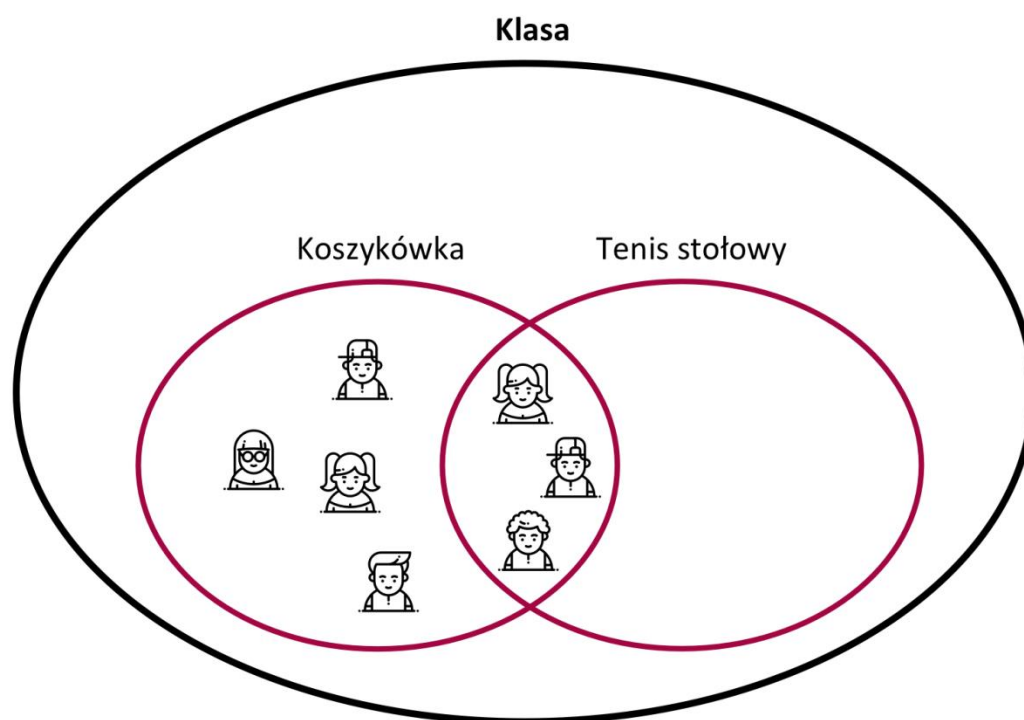


Zadanie 2

Zagadnienie: Działanie na zbiorach

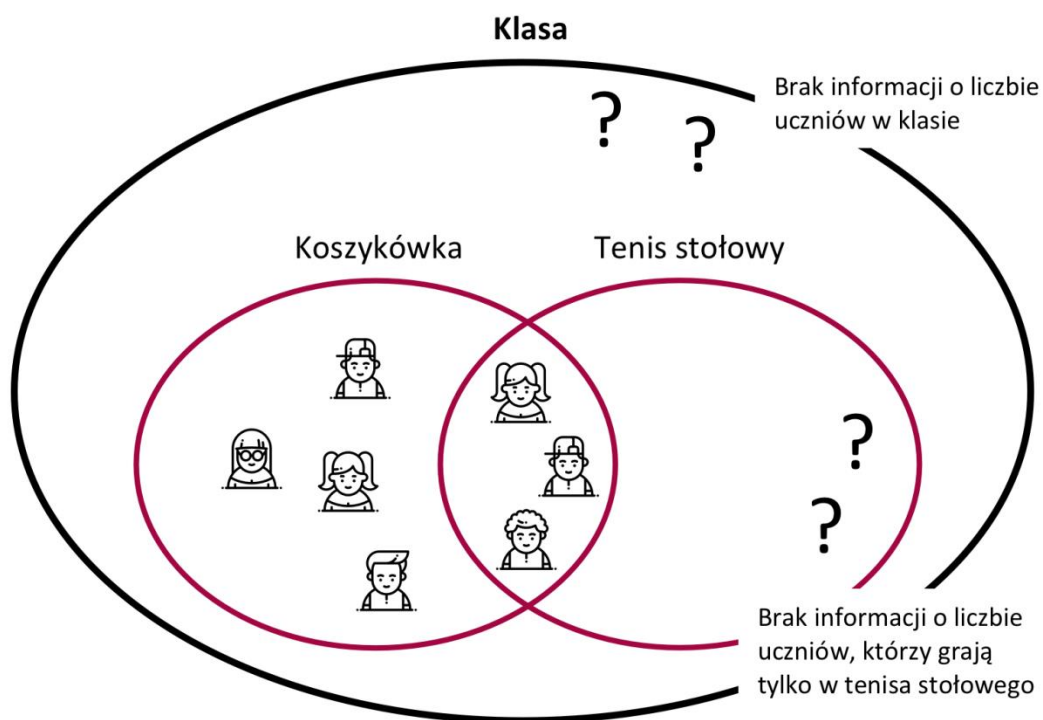
W klasie uczniowie trenują dwie dyscypliny: koszykówkę i tenis stołowy. Koszykówkę trenuje siedem uczniów, a tenis stołowy i koszykówkę trenuje trzy uczniów. Jak wyznaczyć liczbę uczniów, którzy trenują tylko koszykówkę?

W trakcie procesu rozpoznawania problemu nauczyciel powinien dążyć do tego, by uczniowie zaproponowali interpretację geometryczną zagadnienia. Przykładowa interpretacja przedstawiona jest na rysunku.



Pytania pomocnicze:

- Czy z opisu problemu możemy wnioskować o liczbie uczniów w klasie?
- Czy wiemy, ilu uczniów trenuje tylko tenis stołowy?
- Jaka jest minimalna liczba uczniów w klasie w opisywanym problemie?
- Jaka minimalna liczba uczniów trenuje tylko tenis stołowy w opisywanym problemie?



W drugiej fazie rozpoznawania problemu nauczyciel powinien przejść do opisu abstrakcyjnego.

- X – zbiór wszystkich uczniów w klasie
- A – uczniowie, którzy trenują koszykówkę
- B – uczniowie, którzy trenują tenis stołowy

Należy wyznaczyć różnicę zbiorów różnica zbiorów A i B, korzystając z własności: A równa się różnica zbiorów A i B suma zbiorów iloczyn zbiorów A i B. Ponieważ różnica zbiorów A i B iloczyn zbiorów iloczyn zbiorów A i B równa się zbiór pusty, zatem ilość elementów różnicy zbiorów A i B równa się ilość elementów zbioru A minus ilość elementów iloczynu zbiorów A i B.

Ćwiczenie

Stosując funkcję Subtract, oblicz siedem minus trzy.

Rozwiązanie





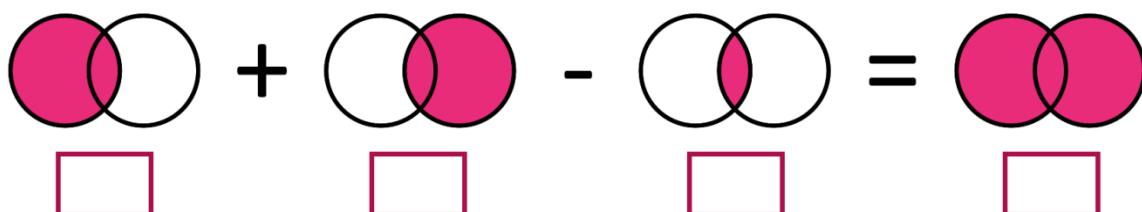
Web Apps Examples Random

Zadanie 3

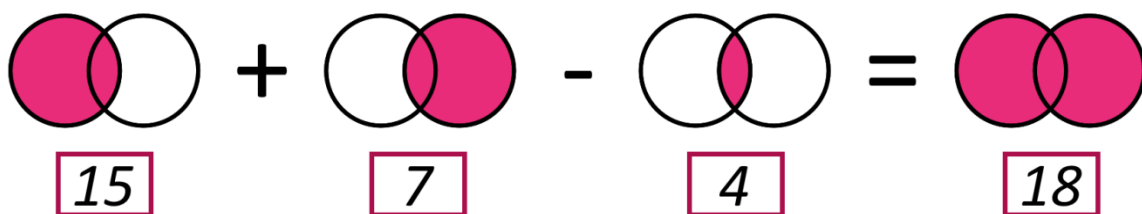
Zagadnienie: Działanie na zbiorach. Prawo sumy

W klasie sportowej jest osiemnaście uczniów. Koszykówkę trenuje piętnaście uczniów, a tenis stołowy trenuje siedem uczniów. Jak wyznaczyć liczbę uczniów, którzy trenują koszykówkę i tenis stołowy.

Każdy uczeń otrzymuje kartę pracy:



Następnie nauczyciel prosi uczniów o uzupełnienie liczby elementów w odpowiednich okienkach.



Po wypełnieniu schematu uczeń przechodzi do opisu modelu.

A – uczniowie, którzy trenują koszykówkę

B – uczniowie, którzy trenują tenis stołowy

Wówczas:

ilość elementów sumy zbiorów A i B równa się ilość elementów zbioru A plus ilość elementów zbioru B minus ilość elementów iloczynu zbiorów A i B.

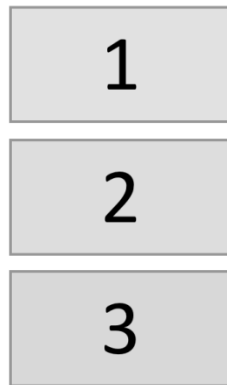
Zadanie 4

Zagadnienie: Działanie na zbiorach. Prawo iloczynu.

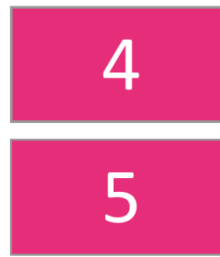
W grupie A są trzy drużyny, w grupie B – dwie. Ile meczów trzeba rozegrać, aby każda drużyna z grupy A grała jeden mecz z każdą drużyną z grupy B?

Nauczyciel przygotowuje pomoce naukowe w postaci kartek z numerami drużyn dla każdego ucznia. Przez pięć minut uczniowie zestawiają wszystkie możliwe mecze (praca indywidualna).

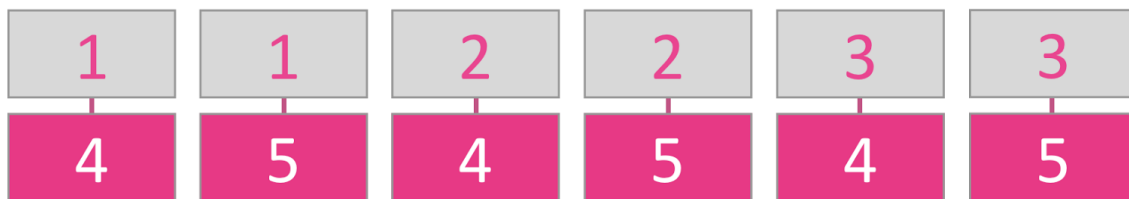
Grupa A



Grupa B



Rozegrane mecze:



Pytanie pomocnicze:

- Czy ma znaczenie, że mecz rozgrywa drużyna jeden z czterech czy czterech z jeden?

Ćwiczenie

Stosując funkcję Subtract, oblicz dwa razy trzy.

Rozwiązanie



Zadanie 5

Zagadnienie: zasada wielokrotności i aproksymacja

Ile tygodni trwa rok przestępny?

Pytania pomocnicze:

- Ile dni ma rok przestępny?
- Jak policzyć liczbę tygodni w roku?

Przewidywany sposób obliczenia: trzysta sześćdziesiąt sześć podzielić przez siedem jest w przybliżeniu równe pięćdziesiąt dwa lub trzysta sześćdziesiąt sześć podzielić przez siedem jest w przybliżeniu równe pięćdziesiąt trzy.

Uczniowie mogą podjąć dyskusję: pięćdziesiąt dwa czy pięćdziesiąt trzy tygodnie? Z dokładnością do jednego tygodnia obie odpowiedzi są poprawne.

Ćwiczenie

Wyznacz całość z liczby trzy tysiące sześćset sześćdziesiąt siedem.

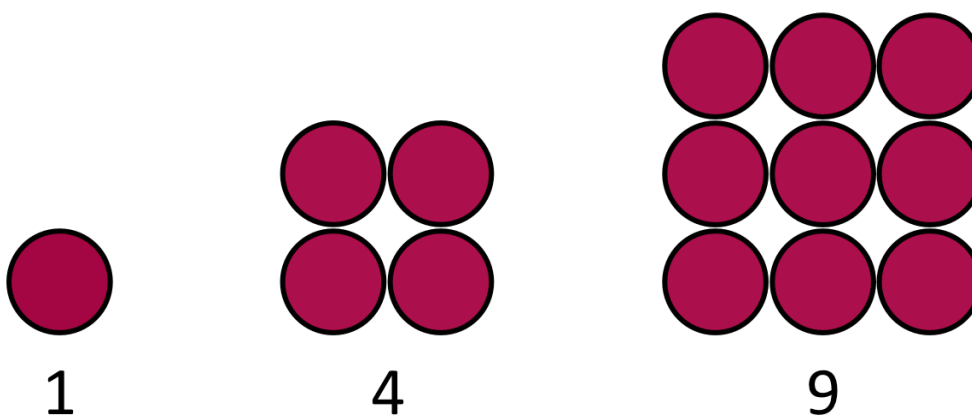
Rozwiązanie

The image shows a screenshot of the WolframAlpha website. At the top, the logo "WolframAlpha" is displayed in red and orange, with the tagline "computational knowledge engine." below it. A search bar contains the input "Floor[366,7]". Below the search bar, there are several icons for navigation: a grid icon, a camera icon, a list icon, and a bell icon. To the right of these icons, there are three links: "Web Apps", "Examples", and "Random".

Zadanie 6

Zagadnienie: Rekurencja

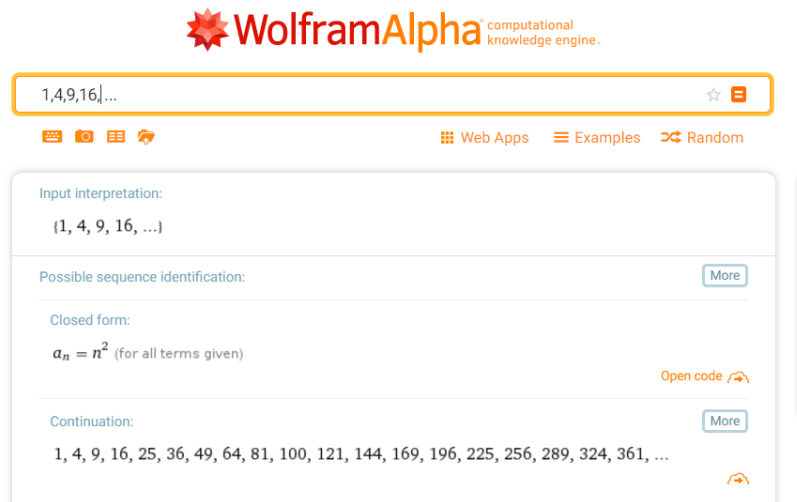
Ile kulek będzie w kroku cztery? Rozpoznaj problem.



Uczniowie rysują krok czwarty.

Pytania pomocnicze:

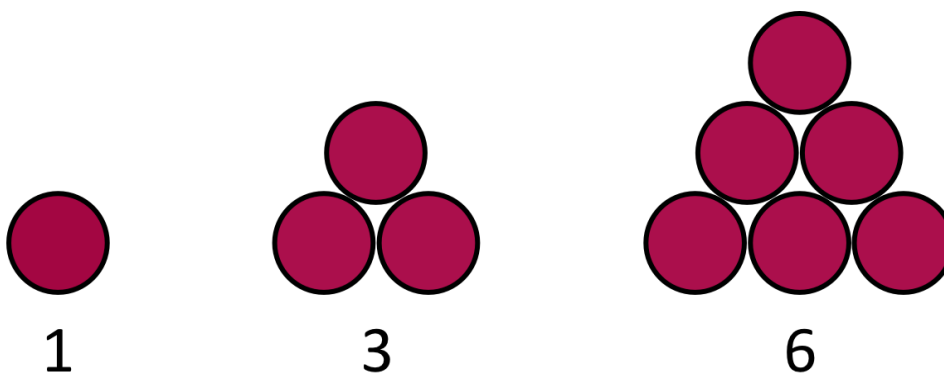
- Jaki będzie krok pięć i sześć?
- Czy można podać przepis na liczbę kulek w dowolnym kroku?
- Czy WolframAlpha może pomóc w rozpoznaniu wzorca?



Zadanie 7

Zagadnienie: Rekurencja

Ile kulek będzie w kroku cztery?

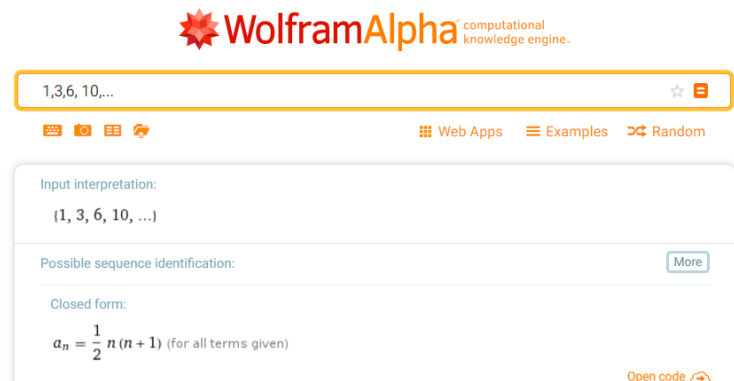


Uczniowie rysują krok czwarty.

Pytania pomocnicze:

- Ile kulek będzie w kroku pięć i sześć?

- Czy można podać przepis na liczbę kulek w dowolnym kroku?
- Czy WolframAlpha może pomóc w rozpoznaniu wzorca?



WolframAlpha computational knowledge engine.

1,3,6,10,...

Web Apps Examples Random

Input interpretation:
(1, 3, 6, 10, ...)

Possible sequence identification: [More](#)

Closed form:
$$a_n = \frac{1}{2} n (n + 1) \text{ (for all terms given)}$$

[Open code](#)

Zadanie 8

Zagadnienie: Zdarzenia losowe

W klasie jest trzydzieści cztery uczniów. Wychowawca chce wybrać jednego ucznia do reprezentowania szkoły. Każdy uczeń w klasie chce reprezentować szkołę.

Rozwiązanie

Wyberzmy losowo liczbę od jeden do trzydzieści cztery. Liczba oznacza numer w dzienniku.



WolframAlpha computational knowledge engine.

RandomInteger[{1,34}]

Web Apps Examples Random

Input:
RandomInteger[1, 34]

Result:
7

[Open code](#)

Download page POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Została wylosowana osoba o numerze siedem.

